ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXII.

1915

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XXIV.

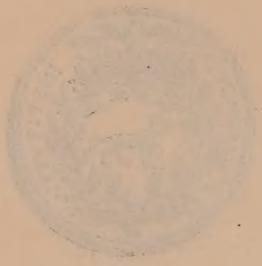
1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL DOTT. PIO BEFANI

1915



RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1915.

P. Blaserna, Presidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra una proprietà caratteristica delle congruenze rettilinee di rotolamento.* Nota del Socio Luigi Bianchi.

1. Indico col nome di *congruenze di rotolamento* le congruenze rettilinee generate da una retta trascinata in sistema rigido da una superficie S_0, quando questa rotola sopra una superficie applicabile S. S'intende per altro escluso che le superficie applicabili siano ambedue rigate, perchè in questo caso (e in questo soltanto) la retta *satellite* assumerebbe solo una semplice infinità di posizioni, e descriverebbe quindi una superficie rigata, non una congruenza.

Allo studio dalle congruenze di rotolamento ho dedicato una Memoria, ora in corso di pubblicazione nei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo (tomo 39°, 1915); ai risultati generali ivi stabiliti, faccio seguire nella presente Nota le dimostrazioni di alcune proprietà complementari.

Le congruenze di rotolamento sono congruenze rettilinee affatto speciali. I loro fuochi ed i piani focali sono sempre reali e godono dell'importante proprietà che le loro posizioni per ogni raggio della congruenza dipendono soltanto dalla superficie rotolante S_0, e non cangiano se varia comunque la superficie (applicabile) S di appoggio. Ne segue che se ogni raggio della congruenza s'immagina invariabilmente legato agli elementi del corrispondente piano tangente di S, e indi si deforma comunque per flessione questa superficie, i fuochi ed i piani focali restano fissi per ogni raggio.

Principale scopo di questa Nota è di provare che per le congruenze *a sviluppabili distinte* questa proprietà è *caratteristica* per le congruenze

di rotolamento. In pari tempo stabiliremo qui nuovamente le proprietà fondamentali di queste congruenze, per una via alquanto diversa da quella seguìta nella Memoria.

2. Al nostro studio sulla deformazione delle congruenze occorre premettere la risoluzione di un problema, già in sostanza contenuta in una Memoria di Ribaucour (1), ma che qui conviene riprendere seguendo i concetti introdotti da S. Lie (2) nella geometria infinitesimale.

Chiamiamo elemento piano o *faccetta* f l'insieme di un punto P e di un piano π incidenti, o più propriamente un intorno infinitesimo del punto P (centro di f) sul piano π. Consideriamo una superficie S come la totalità delle sue ∞^2 faccette f, ed insieme un'altra superficie S′ corrispondente punto per punto alla S, sicchè ad ogni faccetta f di S corrisponderà una determinata faccetta f' di S′. Ora immaginiamo di deformare comunque per flessione la S, e che ogni sua faccetta f trasporti seco, *in sistema invariabile*, la corrispondente faccetta f'. In generale accadrà che, dopo la deformazione, le ∞^2 faccette f' cesseranno di costituire una superficie; ora noi domandiamo di *trovare tutti i casi nei quali, dopo qualunque deformazione della* S, *le* ∞^2 *faccette trasformate* f' *costituiscono sempre una superficie.*

Dimostreremo che ciò avviene in due soli casi, e cioè:

a) *quando ogni faccetta* f' *è normale alla congiungente il suo centro* F′ *col centro* F *della faccetta corrispondente* f (caso di Beltrami);

b) *quando i piani* π, π' *di due faccette qualunque corrispondenti* f, f', *sono fra loro ortogonali, e inoltre il centro* F′ *della* f' *giace sul piano* π *della* f (caso di Ribaucour).

Per provare queste asserzioni, cominciamo dal riferire la superficie S, in una qualunque delle sue configurazioni, ad un sistema (u, v) di coordinate curvilinee qualsivoglia. Mantenendo le consuete notazioni della teoria generale, indichiamo con x', y', z' le coordinate del centro F′ della faccetta f', corrispondente alla faccetta $f \equiv (u, v)$ della S, e con X', Y', Z' i coseni di direzione della normale al piano π' della f'. Per esprimere che la f' è invariabilmente legata alla f, in qualunque deformazione della S, basterà scrivere x', y', z' ; X', Y', Z' sotto la forma

$$(1)\qquad \begin{cases} x' = x + l\dfrac{\partial x}{\partial u} + m\dfrac{\partial x}{\partial v} + n\mathrm{X} \\ y' = y + l\dfrac{\partial y}{\partial u} + m\dfrac{\partial y}{\partial v} + n\mathrm{Y} \\ z' = z + l\dfrac{\partial z}{\partial u} + m\dfrac{\partial z}{\partial v} + n\mathrm{Z} \end{cases}$$

(1) Ved. *Mémoire sur la théorie générale des surfaces courbes* (Journal de mathém., 4ème série, tom. VII, 1891), n. 92.

(2) Cfr. le mie *Lezioni*, vol. III, § 39.

$$(2)\qquad \begin{cases} X' = \lambda \dfrac{\partial x}{\partial u} + \mu \dfrac{\partial x}{\partial v} + \nu X \\ Y' = \lambda \dfrac{\partial y}{\partial u} + \mu \dfrac{\partial y}{\partial v} + \nu Y \\ Z' = \lambda \dfrac{\partial z}{\partial u} + \mu \dfrac{\partial z}{\partial v} + \nu Z\,, \end{cases}$$

dove i coefficienti l, m, n nelle (1), e gli altri λ, μ, ν nelle (2) sono tutti funzioni di u, v, *invariabili per flessione.*

Per ipotesi, per qualunque deformazione della S, debbono sussistere le due relazioni

$$(3)\qquad \begin{cases} X' \dfrac{\partial x'}{\partial u} + Y' \dfrac{\partial y'}{\partial u} + Z' \dfrac{\partial z'}{\partial u} = 0 \\ X' \dfrac{\partial x'}{\partial v} + Y' \dfrac{\partial y'}{\partial v} + Z' \dfrac{\partial z'}{\partial v} = 0\,, \end{cases}$$

le quali esprimono appunto che le ∞^2 faccette f' formano una superficie S'.

Ora dalle (1), derivando, con riguardo alle formole fondamentali della teoria, veniamo ad esprimere linearmente ed omogeneamente le derivate di x', y', z' per quelle di x, y, z, e per X, Y, Z, colle formole seguenti:

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial x'}{\partial u} = \left(L + n\,\dfrac{FD' - GD}{EG - F^2}\right)\dfrac{\partial x}{\partial u} + \left(M + n\,\dfrac{FD - ED'}{EG - F^2}\right)\dfrac{\partial x}{\partial u} + \\ \qquad + \left(\dfrac{\partial n}{\partial u} + D\,l + D'\,m\right)X \\ \dfrac{\partial x'}{\partial v} = \left(P + n\,\dfrac{FD'' - GD'}{EG - F^2}\right)\dfrac{\partial x}{\partial u} + \left(Q + n\,\dfrac{FD' - ED''}{EG - F^2}\right)\dfrac{\partial x}{\partial v} + \\ \qquad + \left(\dfrac{\partial n}{\partial v} + D'l + D''m\right)X\,, \end{cases}$$

ed analoghe per y', z', ove i coefficienti L, M P, Q hanno valori invariabili per flessione, e precisamente:

$$(5)\qquad \begin{cases} L = \dfrac{\partial l}{\partial u} + \left\{\begin{matrix}11\\1\end{matrix}\right\} l + \left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} m + 1\,, \quad P = \dfrac{\partial l}{\partial v} + \left\{\begin{matrix}12\\1\end{matrix}\right\} l + \left\{\begin{matrix}22\\1\end{matrix}\right\} m \\ M = \dfrac{\partial m}{\partial u} + \left\{\begin{matrix}11\\2\end{matrix}\right\} l + \left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right\} m \qquad , \quad Q = \dfrac{\partial m}{\partial v} + \left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right\} l + \left\{\begin{matrix}22\\2\end{matrix}\right\} m + 1\,. \end{cases}$$

Introducendo nelle (3) per X', Y', Z' i valori (2), e per $\frac{\partial x'}{\partial u}, \frac{\partial x'}{\partial v}$ i valori (4), otteniamo le due relazioni seguenti:

$$(6)\quad \begin{cases} (n\lambda - vl)\,D + (n\mu - vm)\,D' = \\ \qquad = \lambda(EL + FM) + \mu(FL + GM) + v\frac{\partial n}{\partial u}, \\ (n\lambda - vl)\,D' + (n\mu - vm)\,D'' = \\ \qquad = \lambda(EP + FQ) + \mu(FP + GQ) + v\frac{\partial n}{\partial v}, \end{cases}$$

nelle quali i secondi membri sono indipendenti dalle flessioni, mentre i primi contengono linearmente i coefficienti D, D', D'' che fissano la configurazione di S. Ora, affinchè le (6) si verifichino in tutte le deformazioni, come è supposto, occorre che le (6) risultino *identità* (1), ed avremo quindi necessariamente

$$(7)\qquad n\lambda = vl \quad , \quad n\mu = vm\,.$$

Viceversa, se sussistono queste due equazioni, ed in una *particolare* configurazione di S le ∞^2 faccette f' costituiscono una superficie, ciò avverrà in tutte le altre deformazioni, poichè si annulleranno nelle (6) anche i secondi membri. Ora le (7) portano a distinguere due casi, secondo che v è diverso da zero, oppure zero.

1º caso: $v \neq 0$. Possiamo scrivere

$$l = n\frac{\lambda}{v} \quad , \quad m = n\frac{\mu}{v}\,,$$

onde abbiamo

$$x' - x = \frac{n}{v}X' \quad , \quad y' - y = \frac{n}{v}Y' \quad , \quad z' - z = \frac{n}{v}Z';$$

queste esprimono che le faccette f' sono normali alle congiungenti FF' dei centri delle faccette corrispondenti, il che è appunto il caso a) di Beltrami.

2º caso: $v = 0$. Qui abbiamo

$$X'X + Y'Y + Z'Z = 0\,,$$

cioè i piani delle faccette corrispondenti sono normali fra loro. Ma inoltre dalle (7), non potendo essere insieme $\lambda = \mu = 0$, segue che necessariamente $n = 0$, vale a dire il centro F' di f' giace sul piano π di f, cioè sul piano tangente delle superficie S; ci troviamo dunque nel caso b) di Ribaucour. La proposizione enunciata è così stabilita.

(1) Cfr. *Lezioni*, vol. III. § 254.

3. Supponiamo, ora, che a ciascuna faccetta f della superficie S, flessibile ed inestendibile, sia coordinato un corrispondente raggio r di una congruenza (Γ); e mentre la S si deforma per flessione, ciascuna faccetta f trasporti seco invariabilmente il raggio corrispondente. In generale avverrà che, al deformarsi della S [o anche, diremo, al deformarsi della congruenza (Γ)] i due fuochi sul raggio ed i due piani focali attorno al raggio varieranno di posizione. Ora i risultati del n. 2 permettono di rispondere subito alla domanda:

In quali casi avviene che per la congruenza (Γ), *supposta a sviluppabili distinte, i due fuochi* F_1, F_2 *ed i due piani focali* π_1, π_2 *restano immobili per ogni raggio in qualunque deformazione della superficie* S, *o della congruenza* (Γ)?

In tal caso le due serie ∞^2 di faccette $f_1 \equiv (F_1, \pi_1)$, $f_2 \equiv (F_2, \pi_2)$, ciascuna costituita da un fuoco e dal relativo piano focale, restano invariabilmente legate alla corrispondente faccetta $f \equiv (F, \pi)$ della S, e, dopo qualunque deformazione, le f_1 costituiscono sempre la prima falda focale S_1, e le f_2 la seconda falda S_2. Secondo il n. 2, ciascuna di queste due faccette f_1, f_2 dovrà offrire o il caso a) di Beltrami, o quello b) di Ribaucour; ma poichè i due fuochi sono distinti, uno di essi, poniamo F_1, sarà nel punto (r, π) ove il raggio interseca il piano tangente π di S, ed allora il relativo piano focale π_1 sarà quello condotto per r normalmente a π. Dopo ciò, il secondo fuoco F_2 cadrà nel piede della perpendicolare abbassata da F sopra r, ed il relativo piano focale π_2 sarà quello condotto per r normalmente al piano (F, r).

Viceversa, se i fuochi ed i piani focali, in una particolare configurazione della S, offrono la disposizione descritta, essi la conserveranno, deformando comunque la S. Concludiamo, quindi, che la invariabilità dei fuochi e dei piani focali per ogni raggio di (Γ) avrà luogo allora, ed allora soltanto, che siano soddisfatte le condizioni seguenti:

c) *Ogni punto* F *della superficie* S *si trova sopra la normale nel punto corrispondente ad una delle due falde focali (distinto da questo punto), ed il piano tangente in* F *alla* S *passa per la normale all'altra falda focale.*

4. Le condizioni c), ora rilevate, sono quelle che, nella Memoria citata, assicurano trattarsi di una congruenza (Γ) di rotolamento. Di questa proposizione fondamentale darò ora un'altra dimostrazione, colla quale verranno a stabilirsi, per una via alquanto diversa, le proprietà delle congruenze di rotolamento a sviluppabili distinte.

Supponiamo, adunque, che ad ogni punto F della superficie S corrisponda un raggio r della congruenza (Γ), le cui superficie focali S_1, S_2 sono distinte; la normale alla S_2 in F_2 contenga il punto F, e quella alla S_1 in F_1 giaccia nel piano tangente in F alla S. Noi proveremo, allora, che esiste

una deformazione della S in una superficie applicabile S_0, tale che in questa configurazione S_0 tutti i raggi di (Γ), trascinati nella deformazione, vengono a raccogliersi in una sola retta a. Così, in effetto, quando si faccia rotolare S_0 sopra S, la retta a, rigidamente trascinata da S_0, verrà appunto a descrivere la congruenza (Γ).

Sia $F \equiv (x, y, z)$ un punto generico di S; $F_1 \equiv (x_1, y_1, z_1)$ il punto ove il corrispondente raggio r di (Γ) incontra il piano π tangente alla S in F; e sia inoltre $F_2 \equiv (x_2, y_2, z_2)$ il piede della perpendicolare abbassata da F sopra r. Riferiamo la S ad un sistema di coordinate curvilinee ortogonali (u, v), scelte in guisa che la tangente in F alla linea $u = \text{cost}$ sia normale al raggio r di (Γ). Ritenendo le consuete notazioni, avremo le formole:

$$(8)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x}{\partial u} = \sqrt{E}\, X_1\ ,\ \dfrac{\partial X_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} X_2 + \dfrac{D}{\sqrt{E}} X_3\ , \\ \qquad \dfrac{\partial X_2}{\partial u} = \dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} X_1 + \dfrac{D'}{\sqrt{G}} X_3\ ,\ \dfrac{\partial X_3}{\partial u} = -\dfrac{D}{\sqrt{E}} X_1 - \dfrac{D'}{\sqrt{G}} X_2 \\ \dfrac{\partial x}{\partial v} = \sqrt{G}\, X_2\ ,\ \dfrac{\partial X_1}{\partial v} = \dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial v} X_2 + \dfrac{D'}{\sqrt{E}} X_3\ , \\ \qquad \dfrac{\partial X_2}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} X_1 + \dfrac{D''}{\sqrt{G}} X_3\ ,\ \dfrac{\partial X_3}{\partial v} = -\dfrac{D'}{\sqrt{E}} X_1 - \dfrac{D''}{\sqrt{E}} X_2\ , \end{cases}$$

dove i coefficienti D, D', D'' della seconda forma fondamentale di S dovranno soddisfare alla equazione di Gauss

$$(G)\quad \frac{DD'' - D'^2}{\sqrt{EG}} = K\sqrt{EG} = -\left\{ \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial \sqrt{E}}{\partial v}\right)\right\},$$

ed alle due equazioni di Codazzi

$$(C)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\dfrac{D}{\sqrt{E}}\right) - \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{D'}{\sqrt{E}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\dfrac{D'}{\sqrt{G}} + \dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v}\dfrac{D''}{\sqrt{G}} \\ \dfrac{\partial}{\partial u}\left(\dfrac{D''}{\sqrt{G}}\right) - \dfrac{\partial}{\partial v}\left(\dfrac{D'}{\sqrt{G}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}\dfrac{D}{\sqrt{E}} + \dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v}\dfrac{D'}{\sqrt{E}}. \end{cases}$$

Se indichiamo con σ l'angolo d'inclinazione del raggio r sul piano tangente di S, e con X, Y, Z i coseni di direzione del raggio stesso, potremo porre

$$(9)\qquad X = \cos\sigma\, X_1 + \operatorname{sen}\sigma\, X_3\ ,$$

colle formole analoghe per Y, Z. E per le coordinate x_1, y_1, z_1 del primo fuoco F_1 della congruenza, potremo scrivere le formole

$$x_1 = x + l X_1 + m X_2, \tag{10}$$

colle analoghe per y_1, z_1, dove i coefficienti l, m sono convenienti funzioni di u, v, indipendenti *dalle flessioni*.

5. Ciò premesso, passiamo a scrivere le equazioni cui debbono soddisfare le funzioni σ, l, m di u, v, affinchè siano verificate, come supponiamo, le condizioni c) del n. 3.

I coseni di direzione della normale alla prima falda focale S_1 sono, per ipotesi, X_2, Y_2, Z_2, e debbono quindi sussistere le due relazioni

$$S X_2 \frac{\partial x_1}{\partial u} = 0 \quad , \quad S X_2 \frac{\partial x_1}{\partial v} = 0,$$

le quali, calcolate mediante le (10) e le (8), forniscono le due equazioni:

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial m}{\partial u} = \dfrac{1}{\sqrt{G}} \dfrac{\partial \sqrt{E}}{\partial v} \cdot l \\ \dfrac{\partial m}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{E}} \dfrac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} \cdot l - \sqrt{G}. \end{cases}$$

Ora, per le coordinate x_2, y_2, z_2 del piede F_2 della perpendicolare abbassata da F sopra r (secondo fuoco), troviamo subito, dalle (9) e (10),

$$x_2 = x + l \operatorname{sen}^2\sigma X_1 + m X_2 - l \operatorname{sen}\sigma \cos\sigma X_3, \tag{11}$$

e analoghe per y_2, z_2. L'altra condizione c), che la normale alla S_2 in F_2 sia la retta FF_2, si esprime scrivendo le altre due condizioni

$$S(x_2 - x) \frac{\partial x_2}{\partial u} = 0 \quad , \quad S(x_2 - x) \frac{\partial x_2}{\partial v} = 0. \tag{12}$$

Per calcolarle, osserviamo che dalle (11) si ha

$$S(x_2 - x)^2 = l^2 \operatorname{sen}^2\sigma + m^2;$$

e per ciò, derivando,

$$\text{(13)} \quad \begin{cases} S(x_2 - x) \dfrac{\partial x_2}{\partial u} = S(x_2 - x) \dfrac{\partial x}{\partial u} + l \operatorname{sen}\sigma \dfrac{\partial}{\partial u}(l \operatorname{sen}\sigma) + m \dfrac{\partial m}{\partial u}, \\ S(x_2 - x) \dfrac{\partial x_2}{\partial v} = S(x_2 - x) \dfrac{\partial x}{\partial v} + l \operatorname{sen}\sigma \dfrac{\partial}{\partial v}(l \operatorname{sen}\sigma) + m \dfrac{\partial m}{\partial v}. \end{cases}$$

Siccome dalle (11) e dalle (8) segue

$$S(x_2 - x) \frac{\partial x}{\partial u} = l \operatorname{sen}^2\sigma \sqrt{E} \quad , \quad S(x_2 - x) \frac{\partial x}{\partial v} = m \sqrt{G},$$

se sostituiamo nelle (13) questi valori, e per $\frac{\partial m}{\partial u}$, $\frac{\partial m}{\partial v}$ i valori (I), le (12) si riducono alle due seguenti:

$$(13^*)\quad \begin{cases} l\cdot\left[\left(\sqrt{E}+\frac{\partial l}{\partial u}\right)\operatorname{sen}^2\sigma + l\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial u}+\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}m\right]=0, \\ l\cdot\left[\frac{\partial l}{\partial v}\operatorname{sen}^2\sigma + l\operatorname{sen}\sigma\cos\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial v}-\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}m\right]=0. \end{cases}$$

Il caso $l=0$ è escluso nelle nostre ipotesi, perchè con $l=0$ coinciderebbero, per le (10), (11), i fuochi F_1, F_2; e se escludiamo il caso $\operatorname{sen}\sigma=0$, le (12) si traducono nelle due condizioni

$$(II)\quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial u}(l\operatorname{sen}\sigma) = -\sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma - \frac{m}{\operatorname{sen}\sigma}\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}, \\ \frac{\partial}{\partial v}(l\operatorname{sen}\sigma) = \frac{m}{\operatorname{sen}\sigma}\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}. \end{cases}$$

Il caso $\operatorname{sen}\sigma=0$ ora escluso, non ha realmente interesse alcuno, poichè allora, non potendo essere $m=0$ (altrimenti F_2 coinciderebbe con F_1), risulterebbe dalle (13*)

$$\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}=0\quad,\quad\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}=0,$$

e potremmo fare $\sqrt{E}=\sqrt{G}=1$. La superficie S sarebbe una sviluppabile, ed i raggi della congruenza (Γ), avendo i coseni di direzione (X_1, Y_1, Z_1), e questi risultando costanti lungo ogni generatrice della sviluppabile, si ordinerebbero in sviluppabili cilindriche, ed uno dei fuochi sarebbe allontanato all'infinito.

Così, adunque, il verificarsi delle condizioni c) n. 3 viene tradotto nelle equazioni (I) e (II). Ma converrà ancora tener conto, per la dimostrazione, delle loro conseguenze differenziali. La condizione d'integrabilità delle (I),

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\cdot l\right)+\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}l\right)+\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}=0,$$

ci dà

$$(14)\qquad K\sqrt{EG}\cdot l=\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\frac{\partial l}{\partial u}+\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\frac{\partial l}{\partial v}+\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u},$$

ovvero, avendo riguardo alle (II),

$$(14^*)\qquad K\sqrt{EG}=-\cot\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial u}\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}-\cot\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial v}\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}.$$

In fine, costruendo la condizione d'integrabilità delle (II),

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{m}{\operatorname{sen}\sigma}\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{m}{\operatorname{sen}\sigma}\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)+\frac{\partial}{\partial v}(\sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma)=0\,;$$

ed osservando le (I) e le (14*), resta semplicemente

$$\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\cos\sigma=\sqrt{E}\operatorname{sen}\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial v}\,, \tag{15}$$

od anche

$$\frac{\partial}{\partial v}(\sqrt{E}\cos\sigma)=0\,. \tag{15*}$$

6. Sviluppate così le formole che seguono dal supposto verificarsi delle condizioni c) n. 3, passiamo a provare che esiste una deformata S_0 della S per la quale tutti i raggi di (Γ) verranno a confondersi in una sola retta. Per questo, cerchiamo quali valori $D_0\,.\,D_0'\,,\,D_0''$ dovranno assumere i coefficienti della seconda forma fondamentale nella S_0. Intanto è chiaro che questi valori dovranno essere tali che risultino soddisfatte le condizioni seguenti:

α) *i coseni di direzione* $X\,,Y\,,Z$ *dei raggi della congruenza si riducano a costanti*;

β) *le derivate rapporto ad* u, *e quelle rapporto a* v, *di* $x_1\,,y_1\,,z_1$, *risultino proporzionali a* $X\,,Y\,,Z$.

Viceversa, se i valori $D_0\,,D_0'\,,D_0''$ saranno tali da soddisfare a queste condizioni α), β), e, insieme, alla (G) di Gauss ed alle (C) di Codazzi, i raggi r saranno raccolti nella configurazione S_0 in un'unica retta; poichè, per le α), tutti i raggi avranno la stessa direzione e, per le β), nel passaggio da un raggio ad un *qualunque* successivo il punto F_1 si sposterà sempre nella direzione del raggio stesso. Ora, derivando le (9) coll'osservare le (8), si ottiene

$$\left\{\begin{aligned}\frac{\partial X_1}{\partial u}&=\left(\frac{D}{\sqrt{E}}+\frac{\partial\sigma}{\partial u}\right)(-\operatorname{sen}\sigma X_1+\cos\sigma X_3)-\\&\qquad-\left(\frac{\operatorname{sen}\sigma D'}{\sqrt{G}}+\frac{\cos\sigma}{\sqrt{G}}\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)X_2\\ \frac{\partial X}{\partial v}&=\left(\frac{D'}{\sqrt{E}}+\frac{\partial\sigma}{\partial v}\right)(-\operatorname{sen}\sigma X_1+\cos\sigma X_3)-\\&\qquad-\left(\frac{\operatorname{sen}\sigma D''}{\sqrt{G}}-\frac{\cos\sigma}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)X_2\,,\end{aligned}\right. \tag{16}$$

e le formole analoghe. Nella configurazione S_0, riducendosi $X\,,Y\,,Z$ a co-

stanti, i secondi membri delle (16) dovranno annullarsi, e questo determina già univocamente i valori D_0, D_0', D_0'' colle formole

$$(III)\quad \begin{cases} \dfrac{D_0}{\sqrt{E}} = -\dfrac{\partial\sigma}{\partial u}, & \dfrac{D_0'}{\sqrt{E}} = -\dfrac{\partial\sigma}{\partial v}, \\ \dfrac{D_0'}{\sqrt{G}} = -\dfrac{\cot\sigma}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}, & \dfrac{D_0''}{\sqrt{G}} = \cot\sigma\dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}, \end{cases}$$

sulle quali è da osservarsi che le due espressioni scritte pel coefficiente medio D_0', in effetto, coincidono, a causa della (15).

Per esaminare le condizioni β), deriviamo rapporto ad u e v i valori (10) di x_1, y_1, z_1, il che dà

$$(17)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial x_1}{\partial u} = \left(\sqrt{E} + \dfrac{\partial l}{\partial u} + \dfrac{m}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)X_1 + \left(\dfrac{\partial m}{\partial u} - \dfrac{l}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)X_2 + \\ \qquad + \left(\dfrac{D}{\sqrt{E}}l + \dfrac{D'}{\sqrt{G}}m\right)X_3 \\ \dfrac{\partial x_1}{\partial v} = \left(\dfrac{\partial l}{\partial v} - \dfrac{m}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)X_1 + \left(\sqrt{G} + \dfrac{\partial m}{\partial v} + \dfrac{l}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)X_2 + \\ \qquad + \left(\dfrac{D'}{\sqrt{E}}l + \dfrac{D''}{\sqrt{G}}m\right)X_3. \end{cases}$$

Ma, a causa delle (I), spariscono nei secondi membri i termini in X_2; e ponendovi poi per $\dfrac{\partial l}{\partial u}$, $\dfrac{\partial l}{\partial v}$ i valori tratti dalle (II), troviamo

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\operatorname{sen}\sigma}\left(l\dfrac{\partial\sigma}{\partial u} + \dfrac{m\cot\sigma}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)(\cos\sigma X_1 + \operatorname{sen}\sigma X_3) \\ \dfrac{\partial x_1}{\partial v} = -\dfrac{1}{\operatorname{sen}\sigma}\left(l\dfrac{\partial\sigma}{\partial v} - \dfrac{m\cot\sigma}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)(\cos\sigma X_1 + \operatorname{sen}\sigma X_3), \end{cases}$$

sicchè le derivate di x_1, y_1, z_1 risultano proporzionali a X, Y, Z. Così adunque coi valori (III) di D_0. D_0', D_0'' sono soddisfatte, insieme colle condizioni α), anche le β), e resta solo da provare che questi valori (III) soddisfano anche alle equazioni di Gauss e di Codazzi.

Ora, se introduciamo i valori (III) nella (G) di Gauss, questa si cangia nella (14*), ed è quindi verificata. D'altronde, la prima equazione (C) di

Codazzi diventa un'identità; e la seconda, che diventa

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\cot\sigma\,\frac{1}{\sqrt{E}}\,\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)+\frac{\partial}{\partial v}\left(\cot\sigma\,\frac{1}{\sqrt{G}}\,\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)=$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{E}}\,\frac{\partial\sigma}{\partial u}\,\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}-\frac{1}{\sqrt{G}}\,\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\,\frac{\partial\sigma}{\partial v},$$

viene nuovamente a coincidere colla (14*).

Abbiamo così dimostrato il teorema:

Ogni congruenza rettilinea a sviluppabili distinte, che soddisfi alle condizioni c) *n. 3, è una congruenza di rotolamento.*

7. In riguardo alla determinazione della superficie rotolante S_0, i risultati precedenti ne fissano *intrinsecamente* la forma, assegnando i valori (III) dei coefficienti della sua seconda forma fondamentale. Volendo trovare effettivamente questa configurazione S_0, rimarrebbe però da integrare una equazione differenziale del tipo di Riccati, complicata inoltre di immaginarii. Ma è facile vedere che, nel caso nostro, *con sole quadrature nel campo reale*, si può trovare in termini finiti la S_0.

E invero ricordiamo che nella configurazione S_0 i tre coseni X, Y, Z debbono ridursi a tre costanti, che possiamo supporre date da $(0, 0, 1)$, bastando, per questo, prendere per asse Oz la retta satellite.

Allora, da

$$\cos\sigma X_1+\operatorname{sen}\sigma X_3=0$$
$$\cos\sigma Y_1+\operatorname{sen}\sigma Y_3=0$$
$$\cos\sigma Z_1+\operatorname{sen}\sigma Z_3=1,$$

si trae

$$Z_1=\cos\sigma\quad,\quad Z_2=0\quad,\quad Z_3=\operatorname{sen}\sigma.$$

Le prime (8) dimostrano che l'ordinata $z=z(u,v)$ nella superficie S_0 sarà data, per quadrature, dalle formole

$$\frac{\partial z}{\partial u}=\sqrt{E}\cos\sigma\quad,\quad\frac{\partial z}{\partial v}=0,$$

la ove è da osservarsi che la condizione d'integrabilità è soddisfatta per (15*). Conosciuta così z con una quadratura, per determinare x, y abbiamo

$$dx^2+dy^2+dz^2=E\,du^2+G\,dv^2,$$

cioè

$$dx^2+dy^2=E\operatorname{sen}^2\sigma\,du^2+G\,dv^2.$$

Ma subito si riscontra che la forma differenziale del secondo membro ha in effetto nulla la curvatura, a causa delle (14*), (15*); sicchè bastano quadrature per trovare x, y.

Come ulteriore verifica, si può notare che i valori dei coefficienti della seconda forma fondamentale, calcolati dalle note formole

$$z_{11} = DZ_3 \quad , \quad z_{12} = D'Z_3 \quad , \quad z_{22} = D''Z_3 ,$$

vengono appunto a combinare coi valori (III).

8. I calcoli eseguiti al n. 6 possono farsi servire a dimostrare inversamente che: *ogni congruenza di rotolamento (a sviluppabili distinte) soddisfa alle condizioni* c) *n. 3.*

E invero, se la congruenza (Γ) è di rotolamento, dovrà esistere una deformata S_0 per la quale i raggi r si raccolgano in una sola retta, e quindi X, Y, Z diventino tre costanti, e le derivate di x_1, y_1, z_1 risultino proporzionali a X, Y, Z. La prima condizione dà, per D_0, D_0', D_0'', i valori (III), e conseguentemente la (15) dovrà essere verificata. E la (14*) ne seguirà ancora nuovamente esprimendo che D_0, D_0', D_0'' soddisfano alle equazioni di Gauss e Codazzi.

La seconda condizione, che $\frac{\partial x_1}{\partial u}, \frac{\partial y_1}{\partial u}, \frac{\partial z_1}{\partial u}$, e similmente $\frac{\partial x_1}{\partial v}, \frac{\partial y_1}{\partial v}, \frac{\partial z_1}{\partial v}$, calcolati dalle (17), risultino proporzionali a X, Y, Z, torna a dare in primo luogo le (I), ed in secondo luogo le (II), sicchè le condizioni c) n. 3 vengono ad essere soddisfatte (n. 5).

Possiamo intanto concludere che: *Le congruenze a sviluppabili distinte per le quali i fuochi ed i piani focali si serbano immobili per ogni raggio, deformandosi la congruenza nel modo del n. 1, sono unicamente le congruenze di rotolamento.*

Aggiungiamo, però, subito, che, per le congruenze a sviluppabili coincidenti, l'immobilità del fuoco e del piano focale non è affatto caratteristica per le congruenze di rotolamento. E infatti, una qualunque congruenza a sviluppabili coincidenti è costituita dalle tangenti alle linee asintotiche di un sistema di una superficie Σ che rappresenta l'unica superficie focale. Ora se si considera la prima o la seconda falda focale della evoluta di Σ, ed alle faccette piane di questa superficie S si legano invariabilmente i relativi raggi delle congruenze, subito si vede che il fuoco ed il piano focale serbano posizione invariabile, deformando comunque S. Dunque, qualunque congruenza a sviluppabili coincidenti soddisfa alle dette condizioni d'immobilità. Invece la congruenza è di rotolamento soltanto quando, sulla superficie focale Σ, le linee, lungo le quali è costante la curvatura di Σ, sono linee di curvatura (ved. Memoria citata, § 5).

Ritornando alle congruenze generali di rotolamento a sviluppabili distinte, possiamo riassumere i risultati ottenuti colle seguenti costruzioni per i loro fuochi e piani focali: Supposto che sia r la posizione occupata dalla retta satellite, quando la superficie rotolante S_0 viene a contatto con quella S d'appoggio in un suo punto P, avremo:

1°) *Un fuoco* F_1 *è il punto ove il piano* π *tangente in* P *interseca* r, *e l'altro fuoco* F_2 *è il piede della perpendicolare abbassata da* P *sopra* r.

2°) *Il piano focale* π_1 *relativo al fuoco* F_1 *è il piano condotto per* r *normalmente a* π, *ed il secondo piano focale* π_2 *è il piano condotto per* r *normalmente al piano* (P, r).

9. Le costruzioni geometriche così semplici ora formulate, dei fuochi e dei piani focali nelle congruenze di rotolamento, valgono anche nel caso delle congruenze a sviluppabili coincidenti, e qui da ultimo vogliamo confermarle in generale con brevi considerazioni geometriche. Per questo utilizzeremo le proposizioni elementari relative al rotolamento [1] di superficie applicabili: e particolarmente la nozione di direzioni *cinematicamente coniugate* dovuta a Beltrami.

Si sa che se la superficie rotolante S_0 passa dalla posizione attuale ad una successiva S_0', spostandosi il punto P di contatto colla superficie S di appoggio (centro istantaneo di rotazione) dalla posizione P alla infinitamente vicina P', il movimento rigido, infinitesimo, che porta S_0 in S_0', è puramente rotatorio, e l'*asse istantaneo di rotazione* è quella tangente in P che ha la direzione cinematicamente coniugata a quella PP' dello spostamento del centro di rotazione.

Essendo qui inoltre escluso il caso di rigate rotolanti, si sa che le coppie di direzioni cinematicamente coniugate attorno a P formano un'*involuzione propria*: sicchè l'asse istantaneo di rotazione può scegliersi ad arbitrio fra le tangenti in P, purchè lo spostamento del centro di rotazione si assuma nella direzione cinematicamente coniugata.

Ciò premesso, è facile di determinare le sviluppabili nella congruenza di rotolamento, ricercando per ogni raggio r quali sono le posizioni infinitamente vicine r' che lo incontrano. È evidente che la tangente t in P, che rappresenta l'asse istantaneo di rotazione, dovrà per questo offrire uno dei due casi seguenti: 1°) appoggiarsi in un punto a r; 2°) essere normale al raggio r. Ora appunto fra le tangenti in P ve ne è una, ed una sola, diciamo t, appoggiata ad r, e cioè nel punto (r, π) ove il piano tangente in P sega r; ed una seconda, t', normale ad r. Quando l'asse istantaneo si fa coincidere con t, il punto $F_1 \equiv (r, \pi)$ è altresì il punto ove r' inter-

[1] Cfr. Darboux, *Leçons*, V^ème^ partie, chap. VI; e le mie *Lezioni*, vol. II, § 237.

seca r, e per ciò F_1 è uno dei fuochi. E se l'asse istantaneo coincide con t' il punto ove r è incontrato dalla sua posizione successiva r' è il piede F_2 della perpendicolare abbassata da P sopra r, onde F_2 è il secondo fuoco.

È poi manifesto che nel primo caso il piano rr' (secondo piano focale) è quello condotto per r normalmente al piano (P, r); e nel secondo caso, invece, il piano rr' (primo piano focale) è quello condotto per r normalmente al piano tangente π. Così restano dimostrate, per via geometrica, le costruzioni assegnate al n. 8 pei fuochi e pei piani focali nelle congruenze di rotolamento.

Ed ora completiamo queste considerazioni col determinare le sviluppabili della congruenza.

Per abbreviare, diamo il nome di *profili meridiani* della superficie rotolante S_0 alle sue sezioni piane con piani per la retta satellite, e chiamiamo *linee di livello* quelle fatte con piani normali alla retta stessa. Per quanto precede, possiamo allora dire che gli assi istantanei di rotazione, corrispondenti alle striscie elementari delle sviluppabili di una serie, inviluppano sulla superficie S d'appoggio le trasformate dei profili meridiani della S_0, mentre quelli corrispondenti alle sviluppabili dell'altra serie inviluppano invece le trasformate delle linee di livello. E poichè, ogni volta, lo spostamento del centro istantaneo di rotazione avviene nella direzione cinematicamente coniugata, possiamo enunciare il risultato finale:

In una congruenza di rotolamento, le sviluppabili di una serie corrispondono alle linee della superficie d'appoggio che sono cinematicamente coniugate alle trasformate dei profili meridiani della superficie rotolante; e, similmente, le sviluppabili dell'altra serie corrispondono alle linee cinematicamente coniugate alle trasformate delle linee di livello.

Questo risultato dimostra, in particolare, che la congruenza di rotolamento avrà sviluppabili coincidenti solo quando per la superficie rotolante S_0 le linee di livello coincidano coi profili meridiani; lo che accade manifestamente solo per le superficie conoidali rette, il cui asse sia la retta satellite:

Le congruenze di rotolamento a sviluppabili coincidenti sono tutte e sole quelle generate dall'asse di una superficie conoidale retta che rotola sopra una qualunque superficie (non rigata) applicabile.

E in fine, ritornando al caso generale di sviluppabili distinte, osserveremo che, se si cangia la retta satellite mantenendole la stessa direzione, le linee di livello nella superficie rotolante S_0 restano le stesse; e per ciò, quando la superficie d'appoggio S si mantenga la stessa, le sviluppabili della seconda serie nelle congruenze di rotolamento si corrispondono; onde concludiamo:

Se una superficie S_0 *rotola sopra una superficie applicabile* S, *rette parallele, come satelliti della* S_0, *generano congruenze le cui sviluppabili in una serie si corrispondono.*

Astronomia. — *Eclisse totale di sole, del 21 agosto 1914.* Relazione preliminare del Socio A. Riccò, per la missione italiana in Crimea.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Azioni chimiche della luce.* Nota XXX del Socio G. Ciamician e di P. Silber.

Recentemente il prof. Paternò ha riunito in un fascicolo le sue pubblicazioni sopra alcune azioni chimiche della luce, che erano comparse nella Gazzetta chimica nelle annate dal 1909 al 1914, e vi ha aggiunto una IX Nota [1] di considerazioni generali, dedicata specialmente a noi. Potremmo anche esimerci dal rispondere, perchè i nostri lavori sono abbastanza noti e non hanno bisogno di commenti; avendo peraltro riguardo ad alcune sue osservazioni, crediamo opportuno di dimostrargli che esse non sono giustificate.

Nel 1900, riprendendo vecchie esperienze [2], abbiamo intrapreso una serie di ricerche sistematiche sulle azioni chimiche della luce (ciò che, in questa misura, prima di noi non era stato tentato) per vedere quali erano le reazioni che la luce determina o favorisce nei diversi campi della chimica organica. Abbiamo iniziato i nostri studî prendendo naturalmente le mosse dalle nostre prime osservazioni sul chinone e sul nitrobenzolo. Volendo organizzare una simile vasta ricerca, non abbiamo stimato utile o necessario di esaurire in tutti i casi i singoli argomenti, ritenendo sufficiente di prenderne in certo modo possesso per ritornarvi sopra quando ne avremmo avuto l'opportunità. Così è avvenuto che parecchi dei nostri temi sono stati ripresi più volte, o sono anche rimasti apparentemente abbandonati.

Nel 1909 il prof. Paternò è entrato in questo campo di studî senza usare verso di noi quelle forme di cortesia che si sogliono seguire in simili circostanze, come hanno fatto tanti altri nostri colleghi quando ebbero occasione di occuparsi di argomenti da noi toccati; il prof. Paternò ha creduto che i casi da lui esaminati fossero essenzialmente diversi dai nostri, cercando di mettere in rilievo che, mentre noi ci eravamo occupati sopra tutto di fenomeni di ossidazione e riduzione, egli aveva intrapreso ricerche di indole sintetica. Potremmo fargli osservare, a questo proposito, che noi invece

[1] Gazzetta chimica, vol. 44, II, pag. 463.
[2] Vedi questi Rendiconti, 1886, 3 gennaio e 14 novembre.

non abbiamo ritenuto opportuno di fare questa distinzione: in fine la formazione di un pinacone è pure un processo di sintesi, e quella del glicole trifeniletilenico dal benzofenone e da alcool benzilico anche un processo di simultanea ossidazione e riduzione, in quanto che, in entrambe le reazioni, la luce determina il passaggio dell'idrogeno del gruppo alcoolico all'ossigeno del carbonile: il primo si ossida; l'altro si riduce. Il fatto essenziale è che la luce favorisce specialmente simili processi, per cui anche le reazioni studiate dal prof. Paternò possono in gran parte ricondursi a fenomeni di tale natura.

Con ciò, naturalmente, non crediamo di sollevare questioni di priorità, che sarebbero fuori luogo. Noi siamo ben lieti che altri cooperino con noi in un campo di studî nel quale c'è posto per tutti: saremo paghi se si vorrà riconoscere che la modesta opera nostra ebbe il merito di attirare la attenzione dei chimici sopra un argomento che era stato alquanto trascurato. E però speriamo che il prof. Paternò vorrà riconoscere che non potevamo avere l'intenzione di *presentare sotto falsa luce il suo lavoro* e, se egli ce lo permette, glielo dimostreremo ora, con maggiori particolari, nei singoli casi da lui riportati.

Già nella nostra prima Nota [1] avevamo accennato che « il benzofenone « è un composto che si riduce per azione della luce con la massima facilità; « e non è soltanto l'alcool, ma molte altre sostanze organiche che lo trasformano in benzopinacone », per cui il prof. Paternò ha fatto benissimo a servirsi di questo composto per i suoi studî, che vennero così a completare i nostri. Egli peraltro ritiene a torto, rispetto alla reazione fra il cimolo ed il benzofenone, che ad essa si riferisca la nostra osservazione: che « non ci sembra giustificato il concetto che più o meno chiaramente « traspare dalle recenti pubblicazioni del prof. Paternò, che cioè le reazioni « da lui descritte sieno essenzialmente diverse dalle nostre ». No: in questo caso non si trattava di una esperienza *essenzialmente* diversa dalle nostre, ma della stessa esperienza che il prof. Paternò ha ripetuto senza ottenere nulla di più di quanto avevamo osservato noi. Difatti, nella nostra V Nota dicevamo che « per scoprire l'alterazione patita dal cimolo, bisognava ripetere l'esperienza su assai più vasta scala »: il prof. Paternò l'ha ripetuta, ma, come noi, con 3 gr. di benzofenone e 10 di cimolo, e non ha potuto riconoscere il secondo prodotto che si forma accanto al benzopinacone. Riprendendo lo studio, con 50 gr. di ciascuno dei due composti, abbiamo trovato (Nota XVII) [2] che quel prodotto è un diciminile. Che noi abbiamo pubblicato questi risultati quindici mesi e mezzo dopo che era comparso il lavoro del prof. Paternò, è verissimo: egli, coi suoi studî, aveva richiamato

(1) Questi Rendiconti, vol. X, I, pag. 98 (1901).
(2) Ibid., vol. XIX, I, pag. 645.

la nostra attenzione sulle nostre vecchie esperienze, e noi abbiamo cercato di completarle in quella parte in cui egli non l'aveva fatto. Così abbiamo pure ottenuto dal benzofenone e toluolo il dibenzile, che a lui era sfuggito.

Rispetto alla formazione del dichetone $C_8H_{14}O_2$ dal metiletilchetone, abbiamo detto che « essa è un resultato inaspettato e veramente notevole » perchè il metiletilchetone, a differenza dell'acetone, reagisce su se stesso secondo lo schema:

$$3\,CH_3 . CO . CH_2 . CH_3 = C_8H_{14}O_2 + CH_3 . CHOH . CH_2 . CH_3 ,$$

metiletilchetone — dichetone — alcool butilico secondario

riducendosi ad alcool butilico secondario ed ossidandosi a dichetone ed anche perchè quest'ultimo è un composto interessante per le sue relazioni col tetrametilpirrolo. Di questo parere è stato pure il Willstätter (1).

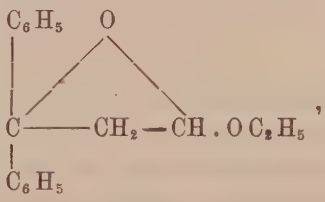
Assai strana deve apparire l'osservazione del prof. Paternò relativa alla fondamentale reazione che ha luogo fra il benzofenone e l'alcool benzilico nella formazione del glicole trifenil-etilenico. Egli dice: « a prova che non « avevano (noi) chiaro il concetto della reazione, soggiungono, che la stessa « formola del trifenilglicol aveva bisogno di ulteriori prove sperimentali per « essere accettata ». Ora, questo nostro riserbo è stato determinato da una svista bibliografica, perchè ci era sfuggito che il trifenilglicole era già noto; difatti nelle estesa Memoria pubblicata poi nella Gazzetta chimica (2), dicevamo in proposito: « Questa sostanza è assai probabilmente identica a « quella ottenuta e descritta da A. Gardeur, a la quale questo autore attribuisce « il punto di fusione 164° (noi avevamo trovato 168°). Tanto dalle sue, « quanto dalle nostre esperienze, risulta evidente che ad essa spetta la co- « stituzione del trifenilglicol, la di cui formazione alla luce per condensa- « zione del benzofenone coll'alcool benzilico è un fatto interessante, sebbene « prevedibile in seguito ai nostri studî ». Si sarebbe quasi tentati di applicare al prof. Paternò le parole a noi rivolte, « di cercare, con artifizî, di pre- « sentare sotto falsa luce il nostro lavoro ».

Il prof. Paternò non deve però meravigliarsi se, dopo la pubblicazione di molti altri casi dello stesso tipo da parte sua, noi abbiamo ripreso i nostri studî sulle condensazioni aldoliche o enoliche, come egli le chiama: eravamo nel nostro pieno diritto, ed è a questo proposito che noi scrivevamo (ciò che è riportato più sopra) che le reazioni fotochimiche da lui descritte non erano essenzialmente diverse dalle nostre; siamo stati, ci pare, assai modesti.

Rispetto alla reazione fra benzofenone ed etere, noi ci siamo astenuti dal ricordare le relative esperienze del prof. Paternò, per diverse ragioni.

(1) Berichte, vol. 47, pag. 293 (1914).
(2) Gazzetta chimica, vol. 34, II, pag. 133 (1904).

Anzitutto perchè egli non ha menzionato le nostre, fatte nel 1901 (1); in queste avevamo dimostrato che il benzofenone si trasforma in pinacone ed in una sostanza resinosa, della quale dicevamo di non averla potuta ottenere allo stato di sufficiente purezza, ma che peraltro l'etere entrava a far parte della medesima. Il prof. Paternò, ripetendo alla distanza di 9 anni la stessa esperienza, non ottenne essenzialmente nulla di più, perchè la sua resina, a cui egli attribuisce con riserva la costituzione



dà 12,3 per cento di ossietile, mentre quella formola ne richiede 17,7. Il suo peso molecolare sarebbe 254, mentre egli trova 310. Egli stesso però dice che questi risultati « provano che la sostanza non era del tutto pura « e che conteneva ancora del benzopinacone ».

Noi (2), riprendendo la nostra vecchia esperienza, abbiamo trovato, oltre al benzopinacone e alla resina, un prodotto cristallino, che fonde a 51°, che al prof. Paternò è sfuggito: ed è a questo che noi attribuiamo la formola $C_{17}H_{20}O_2$, cioè quella di un prodotto di addizione. Rispetto alla resina ci siamo limitati a dire che la sua formazione deve essere collegata a quella del benzopinacone, senza proporne una formola, sebbene avessimo determinato il peso molecolare (363-372) ed il per cento in ossietile (14,80).

A noi, che abbiamo meno confidenza con le resine, ci sembra almeno prematura la formola proposta dal prof. Paternò; e fu anche per non fare tutte queste osservazioni, che noi ci siamo astenuti dall'accennare a quel suo lavoro.

Le resine — come appunto lo dimostrano le nostre ripetute ricerche sulla polimerizzazione dell'aldeide benzoica, che il prof. Paternò cita con evidente compiacenza — presentano ben note difficoltà; ma noi vogliamo ricordargli che, nella nostra prima pubblicazione (3) su tale argomento, dicevamo: « si do- « vrebbe attribuirle la formola $4(C_{14}H_{14}O_4)$. Noi però non osiamo fare ciò; « e non escludiamo che la coincidenza dei numeri possa essere fortuita ». Le ulteriori ricerche (4) costituiscono una regolare ripresa di uno studio, di cui nessuno può farci rimprovero. Creda pure il prof. Paternò che la ragione,

(1) Vedi la nostra I Memoria negli Atti della R. Accademia delle scienze di Bologna, 1901; e nella Gazzetta chimica, vol. 32, I, pp. 241-242.

(2) Questi Rendiconti, vol. XX, I, pag. 723; e Berichte vol. 44, pag. 1557.

(3) Questi Rendiconti, 1901, I, pag. 99.

(4) Ibid., 1903, I, pag. 236; e 1909, I, pag. 216.

per cui ci trovammo in collisione, non è causata « dall'argomento tanto « fecondo di risultati » (l'ironia è qui fuori di luogo) ma bensì dal fatto che le sue ricerche si muovono in un campo di studî che è talvolta troppo vicino al nostro.

Infine vogliamo completare una osservazione che gli abbiamo rivolto nella nostra ultima Nota [1]. Si tratta dell'azione della luce sul miscuglio di *alcool etilico* ed *aldeide acetica* dai quali, secondo quanto avevamo preveduto in un precedente lavoro [2], doveva formarsi il glicole dimetiletilenico.

Il prof. Paternò, insieme con G. Peret [3], ha eseguito questa esperienza, senza arrivare ad una definitiva conclusione.

Abbiamo esposto in tubi il miscuglio delle due sostanze, composto di 345 cc. d'alcool e 55 cc. d'aldeide acetica, dal marzo al settembre 1914. Il prodotto venne da prima distillato a b. m. e poi col vapore acqueo. Dal residuo della distillazione (24 gr.), colorato in giallo, si separa, per salatura con carbonato potassico, un liquido oleoso (13 gr.) dello stesso colore, che a 26 mm. passa fra 100 e 110°. Le prime porzioni contengono piccole quantità di *diacetile*, che venne riconosciuto alla sua diossima, dal punto di fusione 240°.

La porzione principale che, a pressione ordinaria, venne raccolta fra 178 e 185°, bollente in massima parte a 182°, è costituita dal *glicole dimetiletilenico*, di cui è dato il punto di ebollizione a 183-184° [4].

Analisi:

	Trovato	Calcolato per $C_4H_{10}O_2$
C	53,67	53,33
H	10,81	11,11

Per accertarne l'identità, l'abbiamo ossidato con acqua di bromo alla luce; ed abbiamo ottenuto il diacetile, che fu riconosciuto per mezzo della sua diossima, dal punto di fusione 240°, che dà il caratteristico sale di nickel [5].

La reazione avviene dunque realmente — come noi avevamo preveduto, e come, dopo, il prof. Paternò aveva reso probabile, secondo lo schema

$$CH_3 — CH_2 . OH + CH_3 — COH = CH^3 — CHOH — CHOH — CH_3$$

e così è completato il quadro delle reazioni che alla luce si compiono fra l'alcool etilico e l'acetone [6].

(1) Ibid., 1914, I, pp. 864-865.
(2) Ibid., 1911, I, pag. 715.
(3) Gazzetta chimica, vol. 44, I, pag. 152 (1914).
(4) Beilstein, III ediz., vol. 1°, pag. 262.
(5) Vedi Tshugaeff, Berichte, vol. 38, pag. 2520.
(6) Questi Rendiconti, vol. XX, I, pag. 720 (1911).

Fisica. — *Emissione ed assorbimento del gas residuo nei tubi del Röntgen, ed emissione dei raggi X.* Nota del Corrispondente P. Cardani.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Petrografia. — *Su alcune rocce della Terra del Fuoco.* I. *Rocce eruttive* (1). Nota del Corrispondente Federico Millosevich.

Le rocce che sono oggetto del presente studio furono raccolte dal dottor G. B. De Gasperi durante il viaggio di esplorazione dei ghiacciai della Terra del Fuoco, compiuto dalla spedizione De Agostini nel 1913 (2), e furono da lui donate al Museo geologico di Firenze. L'illustre collega C. De Stefani volle gentilmente affidarmene lo studio, e di ciò vivamente lo ringrazio.

La descrizione delle rocce è condotta in modo succinto e piuttosto sommario, come si conviene ad una collezione raccolta da un naturalista viaggiatore in lontane contrade e quindi costituita da un solo o da pochissimi campioni per ogni tipo e località. Tuttavia non credo che debba riuscire del tutto priva di interesse scientifico, poichè si tratta di materiale assolutamente vergine e di regione pochissimo conosciuta sotto l'aspetto geologico generale, e quasi punto sotto l'aspetto particolare litologico.

Granitite anfibolica.

Loc. Seno tranquillo, fiord Negri. — Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri.

Roccia granitoide a grossi elementi feldspatici e quarzosi e con materiale laminare verde e nero relativamente scarso, sebbene in quantità variabile da campione a campione.

Al microscopio si osservano i seguenti minerali:

Ortoclasio: in individui lamellari con i caratteri normali, spesso geminati con la legge di Baveno. Per alterazione si sono prodotti, in seno ad essi, aggregati epidotici-muscovitici con prevalenza di quest'ultimo minerale.

Feldspato calcico-sodico abbastanza frequente e in grossi individui lamellari. È riferibile, per i suoi caratteri ottici, ad un oligoclasio basico

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di mineralogia del R. Istituto di studî superiori di Firenze.

(2) Per l'itinerario, e per i nomi delle località qui citate vedasi resoconto sommario di tale spedizione nella Rivista geografica italiana, XX, 1913, pag. 423.

con 30 % circa di An. Si trova in istato di freschezza maggiore che il feldspato alcalino.

Quarzo, in masse più o meno estese, allotriomorfe, con estinzione ondulosa.

Anfibolo, che è il più abbondante fra gli elementi colorati e che si presenta in cristalli nettamente idiomorfi con i caratteri ottici della comune orneblenda; pleocroismo a verde gialliccio, b verde bruno, c verde oliva cupo; angolo c c 15° in media.

Meno abbondante la mica (biotite) con i normali caratteri e sempre con un processo di cloritizzazione più o meno avanzato.

Abbastanza comune è l'epidoto derivante dalla trasformazione del feldspato in granuli incolori o giallognoli e, in tal caso, con lieve pleocroismo.

Apatite, zircone e magnetite puramente accessorî. La struttura è la granitica tipica, cioè ipidiomorfa granosa.

Aplite.

Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri. — Roccia uniformemente granulare, giallo-rossiccia in causa di pigmento limonitico.

Al microscopio mostra la struttura aplitica tipica, cioè panidiomorfa granosa con prevalenti feldspato alcalino e quarzo in granuli di dimensioni uguali.

Il quarzo è in granuli, con tendenza talora a contorno cristallino ben definito; tra i feldspati prevale l'ortoclasio tipico; più raro è un oligoclasio acido.

Il materiale micaceo è in gran parte muscovite in lamine e anche in aggregati a rosetta. Non manca peraltro la biotite e spesso le due miche formano aggregati in comune. In complesso, però, la quantità del materiale micaceo è scarsa.

Pochissima magnetite e rari granuli di zircone sono assolutamente accessorii.

Pegmatite granitica.

Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri. — Roccia di aspetto grossolanamente granitico, bianca, con pochissimo elemento colorato.

Al microscopio rivela un aggregato di grossi individui feldspatici con quarzo in quantità un po' minore, non concresciuto col feldspato come nello Schriftgranit tipico.

Il feldspato alcalino è predominante, ed è in gran parte ortoclasio tipico; in parte minore, microclino. Non manca, per altro, anche un feldspato calcico-sodico rappresentato da individui che per i caratteri ottici corrispondono ad un oligoclasio normale con 20 % circa di An.

Il materiale lamellare è rappresentato da poca biotite e da pochissima muscovite; in alcune piccole cavità miarolitiche della massa sporgono minuti aghetti di apatite, che si trova anche racchiusa nel materiale feldspatico.

Pegmatite sienitico-dioritica.

Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri. — Roccia, per l'aspetto esterno, simile alla precedente, e corrispondente ad essa anche nella struttura.

Al microscopio invece si nota che il feldspato, assai prevalente, è calcico-sodico, appartenente ad una miscela oligoclasico-andesinica. In minor quantità sono l'ortoclasio e il microclino.

L'elemento colorato, assai scarso, è la comune orneblenda e, in minor quantità, anche biotite.

Il quarzo, in queste pegmatiti, è elemento accessorio.

La struttura pegmatitica, la scarsità del quarzo, la prevalenza del materiale feldspatico e in ispecial modo di quello calcico-sodico, la natura dell'elemento colorato predominante fanno ritenere la roccia come una *facies* pegmatitica di un tipo intermedio fra le sieniti e le dioriti.

Diorite anfibolica.

Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri. — Roccia grigio-verde, compatta, finamente granulare.

L'esame microscopico mostra che gli elementi essenziali sono: feldispato calcico-sodico e anfibolo.

Il feldspato forma individui tabulari di non grandi dimensioni, tutti con geminazione albitica distinta: i caratteri della rifrazione e quelli dell'estinzione simmetrica anche nei varî geminati doppî albite-Carlsbad lo rivelano appartenente ad una miscela andesinica basica con 45 % circa di An.

Spesso è alterato in un aggregato di caolino e calcite con poca mica muscovite. Anche dei granuli di epidoto, che si trovano sparsi nella roccia, sembrano provenire da un processo di alterazione del feldspato.

L'anfibolo orneblenda è abbondante e costituisce, insieme con poca clorite, l'elemento colorato della roccia; forma cristalli prismatici con spiccato grado di idiomorfismo, per la maggior parte geminati secondo (100). I suoi caratteri ottici sono i normali: $c\,c = 15°$ in media; pleocroismo a verde giallognolo, b verde, c verde oliva.

Elementi accessorii sono: titanite, apatite e magnetite.

La struttura è quasi panidiomorfa, perchè il grado di idiomorfismo è presso a poco uguale nel feldspato e nell'anfibolo, come accade di frequente nelle dioriti meno acide, in cui l'elemento feldspatico non è sovrabbondante.

Porfirite.

Loc. Seno tranquillo, fiord Negri. — Roccia porfirica con massa fondamentale grigio-verde uniforme, con scarsi cristalli porfirici di feldspato.

Al microscopio tutti gli interclusi porfirici si rivelano costituiti, almeno originariamente, da feldspato calcico-sodico, in istato però di tale alterazione da esserne impossibile una esatta determinazione. Sono, per lo più, prismatici allungati e mostrano in seno alla loro massa numerosi prodotti secondarî, fra i quali prevalgono l'epidoto, la clorite e la calcite. Altri minerali, come interclusi porfirici propriamente detti, non si riscontrano.

La massa fondamentale è costituita da un aggregato di microliti feldspatiche e di lamine cloritiche, molto probabilmente di derivazione augitica con una piccola quantità di base vetrosa o microfelsitica.

Porfiritica augitica.

Loc. Morena frontale del ghiacciaio Negri. — Roccia grigio-verde scura, compatta, con interclusi porfirici di feldspato vitreo e di augite nera.

Gli interclusi feldspatici, che variano di dimensioni e per abbondanza nei diversi campioni, all'esame microscopico si rivelano di natura differente.

Alcuni freschissimi, nettamente microtinici e ben sviluppati, si prestano bene ad esatte determinazioni ottiche, anche perchè quasi tutti presentano ben chiare e distinte le due geminazioni di Carlsbad e dell'albite.

I valori massimi delle estinzioni simmetriche che raggiungono i 18°, e quelli delle differenze Δ di 10°, portano ad una miscela andesinica con circa 35 % di An.

Altri, più opachi, ricchi di inclusioni e meno freschi, appartengono ad una labradorite con poco più di 50 % di An.

Gli interclusi pirossenici appartengono in parte alla comune augite basaltica verdina; sono dei netti prismi ben cristallizzati e geminati secondo (100).

Altri, che hanno birifrazione meno forte e color roseo chiaro, sembrano da riferirsi a quella varietà che dicesi enstatite-augite.

La massa fondamentale è olocristallina e ne fa parte un feldspato calcico-sodico di seconda generazione in individui piccoli laminari e raramente in microliti: ad esso si uniscono poche lamine augitiche, pure di seconda generazione, e squame di clorite. Non abbondanti, e non in tutti i campioni, trovansi granuli di olivina.

Nella massa si trovano immersi numerosi cristalli di orneblenda basaltica con pleocroismo dal giallo chiaro al verde bruniccio e con angolo $c:c$ di circa 10°, i quali, sebbene abbiano dimensioni assai più piccole di quelle degli interclusi pirossenici, pure, per il loro perfetto idiomorfismo, sono da considerarsi anch'essi come di prima segregazione.

Di conseguenza, la roccia presenta dei caratteri intermedî fra le vere porfiriti augitiche e quelle orneblendiche.

Diabase uralitico.

Loc. Monte Garibaldi, fiord Negri. — Roccia grigio verde scuro, finamente granulare.

I componenti essenziali della roccia sono il pirosseno o, meglio, il suo derivato uralitico e il feldspato calcico-sodico. Il processo di metamorfismo che si rivela nella trasformazione uralitica del pirosseno è stato subìto anche dal feldspato il quale non si presenta col solito aspetto di individui tabulari o listiformi, più o meno idiomorfi e nettamente geminati. A ciascuno di questi individui si è sostituito un aggregato granofirico di cristalletti tondeggianti e senza contorno definito e che spesso non presentano traccie di geminazioni. In tal caso, solo il valore dei loro indici di rifrazione, nettamente superiori a quello della collolite (1,535), li fa attribuire ad una miscela calcico-sodica di media o bassa acidità. Tale processo di metamorfismo e di ricristallizzazione è presentato in talune sezioni nei suoi stadii intermedî, quando cioè le nuove parti formatesi per frantumazione del cristallo primitivo sono ancora tutte isorientate. In altri campioni è dato ancora di osservare gli individui feldspatici non trasformati con i loro caratteri tipici: e in tal caso si possono determinare come appartenenti ad una miscela labradoritica.

Il pirosseno abbondante è quasi tutto uralite: solo in minima parte le pseudomorfosi uralitiche presentano tracce della originaria augite. Si tratta di individui laminari, di dimensioni non grandi e con i caratteri ottici della uralite tipica. A differenza di ciò che accade nei pirosseni diabasici, essi hanno uno spiccato grado di idiomorfismo, cosicchè, per il fatto anche che contemporaneamente la maggior parte del feldspato ha perduto la sua individualità distinta, la struttura non è la normale diabasica ma quella olocristallina porfirica propria delle porfiriti diabasiche.

La cloritizzazione rappresenta un ulteriore stadio di trasformazione del pirosseno primitivo, e infatti taluni campioni di questo giacimento presentano la clorite di gran lunga più abbondante che non l'uralite.

Epidoto, olivina, magnetite, ecc., sono elementi accessorii.

Peridotite diallagica con quarzo
(Wehrlite quarzosa).

Loc. Monte Garibaldi, fiord Negri. — Roccia di color verde scuro a grana piuttosto grossa, che anche all'esame superficiale esterno si dimostra costituita da olivina, da diallagio e da quarzo.

Sono infatti questi i tre elementi principali.

L'olivina si presenta sotto forma di aggregati granulari incolori o appena verdini.

Il diallagio è in lamine estese, con i normali caratteri, ed è sostituito soltanto in parte da augite e da pirosseno trimetrico (bronzite).

Abbastanza comune è una varietà di orneblenda bruno-rossiccia.

Un elemento che ben di raro si rinviene in rocce di tale famiglia è il quarzo che si presenta in quantità notevole e sotto forma di aggregati di granuli tondeggianti di dimensioni variabili, ma in generale non molto grandi, che si insinuano irregolarmente fra gli altri minerali della roccia.

Come elemento accessorio è da notarsi clorite derivata evidentemente dai pirosseni o dagli anfiboli o anche dal granato che si riscontra pure in distinti e abbastanza frequenti cristalli rombododecaedrici. Masserelle di magnetite e cristallini di uno spinello nero (picotite) non sono molto abbondanti.

La roccia, per l'associazione di olivina e diallagio con orneblenda accessoria, appartiene a quel gruppo di peridotiti che prendono il nome di wehrliti; ma la presenza di quarzo ne costituisce una varietà speciale e, finora, nuova. Mi riservo di approfondire anche col sussidio dell'analisi chimica lo studio di tale roccia interessantissima, che, purtroppo, nella collezione del De Gasperi è rappresentata da un solo campione. Sarà difficile quindi accertare se, come sembra probabile, la presenza del quarzo rappresenti un fenomeno secondario e posteriore all'emissione della roccia e sopratutto stabilire in quali proporzioni tale fenomeno si è esercitato sopra la roccia, cioè se in tutta la sua massa o in parte soltanto di essa.

Fisiologia. — *Nuove ricerche sui muscoli striati e lisci di animali omeoterni.* Nota III (part. 2ª): *La fatica studiata nel preparato frenico-diaframmatico*, del Corrisp. Filippo Bottazzi [1].

Avendo studiato la fatica delle giunzioni neuro-muscolari, vediamo come si comporta il preparato diaframmatico quando è stimolato direttamente.

3. *Curve di fatica muscolare.* — Nelle figg. 4 e 5 sono riprodotte alcune porzioni di due lunghe curve di fatica muscolare: nella fig. 4, la sola parte iniziale (*a*, *b*, *c*); nella fig. 5, le parti iniziale e terminale Il tratto *a*, *b*, *c*, di tutte e due le curve differisce notevolmente da quello delle curve riprodotte nelle figg. 1 e 2 della Nota precedente [2]. Il fenomeno della scala è più accentuato nella fig. 4, dove corrisponde al tratto *bb'*;

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di fisiologia di Napoli.

[2] La presente Nota è continuazione di quella precedentemente pubblicata in questi Rendiconti, vol. XXIII, 2° sem. 1914.

l' « uncino », più nella fig. 5. La porzione terminale (B) della curva della fig. 5 rappresenta una cospicua « contrattura terminale », la cui comparsa è stata accelerata dall'asfissia; essa si continua indistintamente con l'accorciamento da rigidità del muscolo.

Queste curve di fatica muscolare somigliano moltissimo, nei tratti fondamentali, a quelle ottenute dagli autori che hanno sperimentato su muscoli isolati dal corpo di animali pecilotermi, e per ciò credo superfluo di indugiarmi a parlarne particolarmente.

Fig. 4. — 29 aprile 1914. Prepar. fren.-diafr. di canino giovanissimo. Stimol. ritmica del muscolo: 2 accum., *DR* = 150 mm.; frequenza degli stimoli: 34 per minuto. — Temper.: 32° C. Tempo: 1′. Peso: gr. 3 (Riduz. fotografica).

4. *Azione dell'acido lattico e di altri acidi organici sulla fatica del preparato frenico-diaframmatico.* — Date le odierne conoscenze sulla formazione dell'acido lattico nei muscoli e sulla sua importanza per quanto riguarda l'attività normale di essi e lo stato di fatica, si può agevolmente prevedere l'effetto dell'aggiunta di acidi al liquido di Ringer in cui si trova immerso il preparato neuro-muscolare.

Dobbiamo ammettere che questo, specialmente se appartiene ad animali omeotermi, si trova fin dal principio del periodo di sopravvivenza in condizioni tali, che ogni eccitamento vi deve provocare la formazione di una certa quantità di acido lattico, la quale non può scomparire interamente negl'intervalli di riposo tra le successive contrazioni, e deve necessariamente in parte accumularvisi. È chiaro, quindi, che ogni minima aggiunta di acido lattico o di altri acidi (per es., degli acidi formico, propionico, butirrico, valerianico, caproico e tricloracetico, che io ho sperimentati), non può se non accelerare l'avvento della fatica, e lo stabilirsi del blocco in corrispondenza delle giunzioni neuro-muscolari; abbreviare le curve di fatica, sia di queste sia

dello stesso muscolo; provocare la contrattura di esso e la rigidità muscolare etc.

Ciò dimostrano evidentemente le seguenti figure 6 e 7, che riproducono alcuni dei molti tracciati da me ottennti.

Come si vede, l'acido caproico (fig. 7) è altrettanto potente che l'acido lattico (fig. 6); e gli altri acidi grassi sperimentati si comportano approssimativameute nello stesso modo.

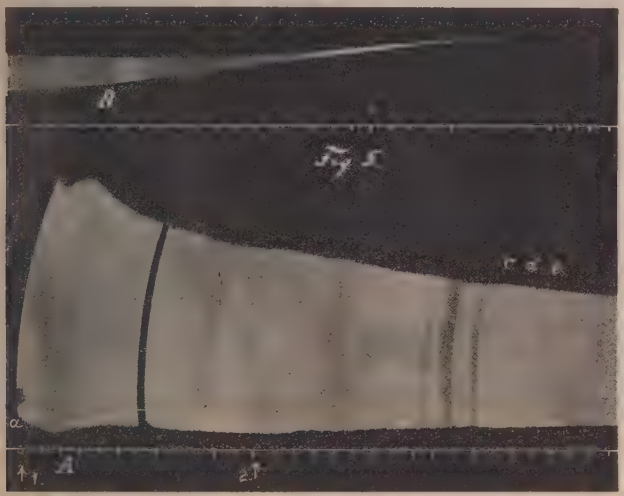


Fig. 5. — 30 aprile 1914. Prepar. fren.-diafr. destro di cane. Stimol. ritmica del muscolo: 2 accum., *DR* = 150 mm.; frequenza degli stimoli: 44 per minuto. — Temper.: 31° C. Tempo: 1'. Peso: gr. 3. — Da 1 a 2 l'ossigeno gorgoglia per il liquido di Ringer; da 2 in poi, non più. — La curva *B*, è il tratto terminale della curva *A*,: non è riprodotto un lungo tratto intermedio (Riduz. fotografica).

5. *Considerazioni generali sulle curve di fatica delle giunzioni neuro-muscolari e dei muscoli.* — Ho detto quali sono le differenze principali fra le porzioni iniziali delle curve di fatica neuro-muscolare e quelle delle curve di fatica mnscolare propriamente detta. Ma le differenze non si limitano alle dette porzioni.

La durata dell'intera curva di fatica delle giunzioni neuro-muscolari è variabilissima; ma in generale, almeno per quanto riguarda i preparati separati dal corpo degli animali omeotermi, è minore di quella della curva di fatica del muscolo, contrariamente a ciò che, secondo Boehm (1), si osserverebbe nei preparati neuro-muscolari di rana. Secondo questo autore, infatti,

(1) R. Boehm, *Einige Beobachtungen über die Nervenendwirkung des Curarin.* Arch. f. exper. Path. und Pharmak. 35, pag. 16 (1895).

« am unvergifteten Thiere (rana) ist der Muskel leichter ermüdbar, als der Nervenapparat. Die Nervenermüdung kann also nicht beobachtet werden. Bei der Curarinvergiftung dreht sich das Verhältniss um, ... ».

La durata delle curve di fatica, tanto delle giunzioni neuro-muscolari quanto del muscolo stimolato direttamente, è tanto maggiore quanto minori sono la frequenza degli stimoli e la temperatura alla quale si fa l'esperimento,

Fig. 6. — 16 febbraio 1914. Prepar. fren.-diafr. di cane. — La conduttività neuro-muscolare è abolita. — Stimolazioni dirette del muscolo immerso in 50 cm.³ di liq. di Ringer: 2 accum., $DR = 100$ mm.; frequenza: 46 stimoli al minuto. — Temper: 35° C. Tempo: 1′ (Riduz. fotografica).

In 1. si aggiungono 0,1 cm.³ soluz. 0,1 *n* acido lattico
» 2. » 0,1 » » »
» 3. » 1 goccia di acido lattico puro
» 4. » 1 » » » »
» 5. » 1 » » » »
» 6. » 2 gocce » » »
» 7. » 3 » » » »
» 8. » 3 » » » »

(In *a*, breve riposo del muscolo). — La prima goccia di acido lattico puro provoca una cospicua contrattura, che non è poi molto intensificata dalle successive aggiunte. Il tratto terminale, non riprodotto, della curva, presenta l'accorciamento da rigidità. — La prima aggiunta (in 1) della soluzione diluita di acido determina un piccolo aumento della altezza delle contrazioni muscolari.

purchè questa non sia abnormemente bassa (per es., inferiore a 29°-30° C). Anche l'eccessiva intensità degli stimoli elettrici ha per effetto un più rapido affaticamento dal preparato.

I periodi di riposo, intercalati nel corso di una lunga serie di stimolazioni ritmiche, hanno per effetto una restaurazione della capacità funzio-

nale del preparato, sia che si stimoli il nervo o il muscolo: di guisa che, dopo il riposo, le contrazioni ritmiche sono più alte delle ultime del periodo precedente di attività, e spesso si presentano disposte come nella parte iniziale di una nuova curva di fatica (« scala » etc.).

Le periodiche diminuzioni di frequenza degli stimoli, nel corso di una curva di fatica, equivalgono, negli effetti, a un relativo riposo: infatti, ad esse corrispondono contrazioni più alte; ripristinata poi la frequenza maggiore, le contrazioni tornano gradatamente a diminuire di altezza.

Se gli stimoli non sono massimali, un aumento della loro intensità ha sempre per effetto un aumento dell'altezza delle contrazioni, la frequenza rimanendo la stessa. Se l'intensità degli stimoli è molto inferiore alla massimale, raggiunto con essa il termine della curva di fatica, si può ottenere una nuova curva di fatica, con tutti i periodi che in essa sogliono essere distinti, aumentando l'intensità degli stimoli.

L'aspetto di una curva di fatica, dunque, specialmente per quanto riguarda la sua durata totale, l'altezza delle singole contrazioni nei varî periodi di essa, il decorso e la durata dei varî tratti della curva, non è qualche cosa di assoluto e di immutabile, ma anzi è sempre relativo principalmente alla frequenza e alla intensità degli stimoli, ammettendo come press'a poco eguale la capacità funzionale dei preparati neuro-muscolari o muscolari. Solo la *forma* della curva di fatica, specialmente se la si considera nei suoi tratti fondamentali (*a b*, *b c*, *c*...), apparisce come una costante, trattisi di fatica delle giunzioni neuro-muscolari o del muscolo, e per quanto varii la durata dei detti tratti di curva e l'altezza delle contrazioni componenti ciascuno di essi. Ciò si spiega, del resto, facilmente, se si pensa che la forma della curva è determinata da proprietà generali delle strutture eccitabili, che io non ho bisogno di richiamare alla memoria del lettore.

È noto, e resulta anche evidentemente dalle curve sopra riprodotte, che a partire dal punto *c* la curva di fatica, così delle giunzioni neuro-muscolari come del muscolo, non solo può avere una grandissima durata, ma presenta di solito anche un decorso molto regolare e uniforme, tanto piccola è, da *c* in poi, quella che Kronecker chiamò (loc. cit.) « differenza di fatica ». Nel tratto precedente il punto *c*, invece, le contrazioni prima aumentano (« fenomeno della scala ») e poi diminuiscono più o meno rapidamente di altezza, fino a raggiungere quell'altezza che, da *c* in poi, rimane per molto tempo apparentemente costante.

Il fenomeno della scala ricorda, secondo Brailsford Robertson [1], il decorso dell'aumento iniziale di velocità delle reazioni autocatalitiche; mentre la diminuzione progressiva dell'altezza delle contrazioni, seguenti alla cima

[1] F. Brailsford Robertson, *On the biochemical relationship between the « staircase » phenomenon and fatigue.* Bioch. Zeit. 2, pag. 287 (1908).

della scala, somiglierebbe alla diminuzione di velocità che in un secondo tempo subiscono quelle medesime reazioni, come effetto dell'accumularsi, entro la sfera della reazione, del catalizzatore in quantità eccessiva. Nel caso nostro, il catalizzatore sarebbe l'acido lattico, che è un prodotto normale dell'attività muscolare. Il suo accumularsi in piccola quantità nel muscolo, porta, secondo Mines (1), la concentrazione degli idrogenioni gradatamente

Fig. 7. — 5 marzo 1914. Prepar. fren.-diafr. di cane. — La conduttività neuro-muscolare è abolita. — Stimolaz. diretta del muscolo: 1 accum., $DR = 100$ mm.; frequenza: 46 al minuto. — Temper.: 35° C. Tempo: 1′ (Riduz. fotografica).
In 1. si aggiungono, a 60 cm.³ di liq. di Ringer, 5 cm.³ sol. 0,0694 *n* ac. caproico.
» 2. » altri 5 cm.³ della stessa soluzione.
» 3. » 2 gocce di acido caproico puro.
» 4. » » » » »

a quel valore *optimum*, cui corrispondono le più alte contrazioni. « Consequently we have the condition familiar in the *Treppe*, the condition of increased excitability and contractility which is the first result of activity of the muscle..... If the excitations are continued so that the optimal C_H. is exceeded, the effect is of course depression. It is to be noted that these ideas are most strongly borne out by observations on the effects of a rest during a prolonged series of excitations of muscle ».

(1) G. R. Mines, *On the summation of contractions*. Journ. of Physiol. 46, pag. 1 (1913).

Con ciò non mi sembra che si possa spiegare, però, come mai le contrazioni, rimanendo invariata l'intensità degli stimoli, diminuiscono di altezza rapidamente solo fino a un certo punto, per poi continuare a diminuire per molto tempo, cioè per tutto il periodo più lungo della curva di fatica, tanto lentamente da sembrare di altezza eguale in brevi tratti della curva, tanto piccola è la « differenza di fatica » fra le successive contrazioni.

Ora, se si considera che una differenza fra il tratto iniziale *a*, *b*, *c*, e tutto il resto della curva di fatica esiste profonda solo nelle curve di fatica delle « giunzioni neuro-muscolari », mentre è, generalmente, poco rilevabile in quelle di fatica muscolare propriamente detta (e meno rilevabile ancòra sarebbe se il preparato muscolare fosse curarizzato), non sarà difficile persuadersi che *la peculiare forma del tratto a, b, c, nelle curve di fatica neuro-muscolare è l'espressione caratteristica della fatica delle giunzioni neuro-muscolari.* Queste non sono colpite da fatica a gruppi, perchè, se così fosse, otterremmo delle curve a gradini, simili a quelle pubblicate dal Mines (loc. cit.: per es., fig. 2). Esse sono colpite tutte insieme, ma gradatamente, dalla fatica, come dall'azione della curarina (ved. Boehm, loc. cit.) o dell'acido lattico.

Ma mentre sotto l'influenza della curarina o degli acidi, entro un tempo relativamente breve, si stabilisce il blocco assoluto nelle giunzioni neuro-muscolari; nel preparato frenico-diaframmatico, come ho detto, la pervietà delle giunzioni agli eccitamenti nervei diminuisce, più o meno rapidamente, durante il tratto *b*, c, ma un blocco assoluto non si stabilisce se non dopo molto tempo. L'acido lattico che si forma nel preparato, si accumula in quantità tale da esercitare un'azione curarica relativa, ma non assoluta. Solo quando se ne aggiunge dell'altro dall'esterno, si ottiene l'assoluta impervietà delle giunzioni. Bisogna quindi ammettere, in queste giunzioni, almeno due meccanismi d'eccitamento locale e di conduzione: uno *A*, più eccitabile ma più labile, e che per ciò più presto anche si affatica e diviene inattivo; l'altro *B*, meno eccitabile, più resistente, che è quello che rimane attivo dopo il punto *c* della curva di fatica, cioè mentre il muscolo eseguisce le numerose contrazioni del tratto più lungo di questa curva. La pluralità delle sostanze eccitabili o ricettrici (e quindi, implicitamente, dei mezzi di conduzione), nelle giunzioni neuro-muscolari, già ammessa da Langley (1) e da Lucas (2), in base a ricerche di genere del tutto diverso, troverebbe dunque nuova conferma in questi miei esperimenti sulla fatica.

(1) J. N. Langley, Journ. of Physiol. *33*, pag. 374 (1905-06); Proced. Roy. Soc. London (B) *78*, pag. 170 (1906); Arch. intern. de physiol., *5* (Compt. Rend. du VII^me^ Congr. intern. de physiol.), pag. 115 (1907).

(2) K. Lucas, Journ. of. Physiol. *34* pag. 372 (1906); ibid. *35*, pag. 103 e 310 (1906-7); ibid. *36*, pag. 113 (1907).

Meccanica. — *Sistemi astatici equivalenti a due forze astaticamente irriducibili.* Nota I di MATTEO BOTTASSO, presentata dal Corrispondente R. MARCOLONGO.

Nei numerosi studî sulla astatica, iniziati colle belle ricerche di Minding (1) e Möbius (2), pur comprendendo non solamente le Memorie fondamentali [fra le quali è particolarmente importante quella del Darboux (3)] ma anche gli altri svariati e noti lavori recenti sull'argomento, non si trova mai studiato con qualche larghezza il caso notevole in cui il dato sistema è astaticamente equivalente a due sole forze, astaticamente irriducibili. Tale è, per esempio, un sistema astatico di forze tutte parallele ad un piano, quale s'incontra in un corpo magnetico e pesante, che è pure il primo esempio fisico importante in cui si sono riconosciute soddisfatte le condizioni che definiscono i sistemi astatici. Nondimeno, per questo caso non si trovano se non cenni limitati, o al più è trattata completamente per esso qualche ricerca particolare di astatica (4), ovvero si ha l'affermazione che tutti i casi particolari possono dedursi facilmente dal caso generale, in cui il sistema non può ridursi astaticamente a meno di tre forze. Ciò è detto in un cenno finale dal Darboux (loc. cit., § XIV, pag. 65), ed altrettanto è accennato dal Da Silva (5), che pure diede per primo varie importanti proprietà, ritrovate poi dal Darboux, trattando specialmente dei diversi casi di riduzione, e relative condizioni, in una poderosa Memoria rimasta lungamente ignorata ai più, e sulla quale è stata richiamata l'attenzione da F. G. Teixeira e da F. de Vasconcellos (6).

(1) E. F. Minding, *Untersuchung betreffend die Frage nach einem Mittelpuncte nicht paralleler Kräfte*, Journal f. d. r. u. angew. Math., 14 (1835), pp. 289-315; *Ueber den Ort sämmtlichen Resultanten u. s. w.*, ibidem, 15 (1836), pp. 27-38.

(2) A. F. Möbius, *Ueber den Mittelpuncte nicht paralleler Kräfte*, Journal f. d. r. u. angew. Math., 16 (1837), pp. 1-10; *Lehrbuch der Statik*, 1, Leipzig 1837.

(3) G. Darboux, *Mémoire sur l'équilibre astatique et sur l'effet que peuvent produire des forces de grandeurs et de directions constantes*, etc., Mém. de la Soc. des sciences de Bordeaux (2a), tom. II (1878), pp. 1-65. Vedi pure la mia Nota *Sull'equilibrio astatico* ecc. in questi Rendiconti (serie 5a) XXXIII (2° sem. 1914).

(4) Così, ad es., nel *Lehrbuch der Statik*, §§ 140 e seg., il Möbius fa la ricerca degli *assi principali di rotazione*, introduce la *retta centrale*, ecc. Il Michin (*On astatic equilibrium*, Proceedings of the London Math. Soc., tom. 9, an. 1878) trova l'*involuzione della retta centrale*.

(5) D. A. Da Silva, *Memoria sobre a rotação das forças em torno dos pontos d'applicação*, Mem. da Ac. Real das scienc. de Lisboa (2a), tom. III, parte I (1851), pp. 61-233.

(6) F. de Vasconcellos, *Sur la rotation des forces autour de leurs points d'application et l'équilibre astatique*, Annaes da Ac. Polytechnica do Porto, tom. VII (1912), pp. 5-45, 65-83, 129-159

Ora, ove si volesse ammettere senz'altro, in generale, tale asserita facilità di deduzione, non si comprenderebbe come per certe questioni fondamentali, ad es. per il teorema di Minding, non sia mai stata indicata la forma assunta, nel caso in esame, dalle proprietà dimostrate nel caso generale. D'altra parte, è ben noto che nei casi particolari è quasi sempre possibile di ampliare e completare le proprietà che valgono anche per il caso generale, e di stabilirne delle nuove.

È ciò che accade qui, per es., per il complesso degli assi centrali di Poinsot, che può essere molto meglio studiato e precisato che non nel caso generale, ove nondimeno ci si riferisce all'ampio studio del Painvin, sullo speciale complesso quadratico da questi investigato.

Credo perciò interessante di esporre qui rapidamente le principali proprietà da me ricavate e svolte, per questo caso particolare, in un volume sulla astatica in corso di stampa (1), e che, nel complesso, non sono affatto conseguenze ovvie del caso generale. Fra queste ritengo siano specialmente notevoli l'espressione (10) dell'asse centrale, in una configurazione arbitraria, e la costruzione del complesso di questi assi nei nn. 7, 8 e 9; la proposizione che sostituisce il teorema di Minding del caso generale (n. 11); l'identificazione del complesso suddetto a quello delle rette d'intersezione delle coppie di piani ortogonali, tangenti ad un dato iperboloide ad una falda, o a due iperboloidi associati d'un sistema di quadriche omofocali (n. 13). Mi sembra pure degno di nota l'aver dimostrato (n. 14) che le coppie di piani ortogonali, uscenti dalle rette del complesso e tangenti all'iperboloide indicato, sono sempre reali, avendosi così un'*altra costruzione reale* di tutte le rette del complesso. Infine, ho mostrato come si ottengano le direzioni principali di ogni punto (n. 16), le quali permettono di ottenere tutti gli elementi astatici invariabilmente legati al corpo.

Sulle varie forme di riduzione del sistema dato e proprietà relative.

1. Ricorderemo che un sistema astatico è formato da un corpo rigido **C**, di cui ogni punto P_i, in ogni posizione del corpo, è sollecitato da una forza di vettore $\mathbf{f}_i$ (che per alcuni dei punti P_i può esser nullo), tale che, comunque si sposti il corpo, ogni vettore $\mathbf{f}_i$ rimane invariabile. Invece di muovere il corpo **C**, si può supporre che questo rimanga fisso, e assoggettare invece tutti i vettori delle forze ad una medesima rotazione arbitraria.

(1) M. Bottasso, *Analyse vectorielle générale*, tom. IV : *Astatique*, Pavia, Mattei & C., 1915. Nel seguito s'indicherà, per brevità, questo volume con « *Astat.* », richiamando del pari i volumi precedenti della stessa Collezione con « *A. V.* » seguìto dal numero del volume stesso.

Un tale sistema va quindi riguardato come insieme delle coppie $(P_i \,.\, \mathbf{f}_i)$; e si ha una sua *configurazione* quando si considera una data posizione del corpo e dei vettori delle forze.

Nello studio del sistema astatico $(P_i\,,\,\mathbf{f}_i)$ si riconosce utilissima la considerazione dell'omografia vettoriale

$$\sigma_A = \Sigma_i \,\mathrm{H}(P_i - A\,,\,\mathbf{f}_i)\,, \tag{1}$$

funzione tanto della configurazione considerata quanto del punto A (*origine* dell'omografia). Così essa permette di dimostrare che (*Astat.*, cap. I, § 5):

Affinchè il dato sistema $(P_i\,,\,\mathbf{f}_i)$ *sia astaticamente equivalente a due sole forze, astaticamente irriducibili, occorre e basta che l'omografia* σ_A, *relativa ad un punto generico A del corpo, sia semplicemente singolare, cioè* (*A. V.*, I, pag. 12; ed *Append.*, pp. 164 e seg.) $\mathrm{I}_3\sigma_A = 0\,,\,\mathrm{R}\sigma_A \neq 0$, *ed il vettore del sistema, espresso da* $\mathbf{f} = \Sigma_i \mathbf{f}_i$, *non sia nullo e soddisfi alla condizione* $\mathrm{KR}\sigma_A \mathbf{f} = 0$.

Se queste condizioni sono soddisfatte, il sistema può ridursi astaticamente in ∞^2 modi a due forze, i cui vettori non paralleli $\mathbf{h}_1$ ed $\mathbf{h}_2$ devono esclusivamente verificare le relazioni:

$$\mathrm{KR}\sigma_A \mathbf{h}_1 = 0 \quad , \quad \mathrm{KR}\sigma_A \mathbf{h}_2 = 0 \quad , \quad \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 = \mathbf{f}\,, \tag{2}$$

e son quindi perpendicolari al vettore di direzione costante $\mathrm{R}\sigma_A \mathbf{x}$, per $\mathbf{x}$ vettore arbitrario.

I punti d'applicazione di tali forze, al variare dei vettori $\mathbf{h}_1$ ed $\mathbf{h}_2$, variano sopra una retta, che è la RETTA CENTRALE del sistema. In particolare, se i due vettori $\mathbf{h}_1$ ed $\mathbf{h}_2$ sono perpendicolari (cioè $\mathbf{h}_1 \times \mathbf{h}_2 = 0$), detti punti d'applicazione sono:

$$P = A + \frac{1}{\mathbf{h}_1^2}\,\mathrm{K}\sigma_A \mathbf{h}_1\,, \qquad Q = A + \frac{1}{\mathbf{h}_2^2}\,\mathrm{K}\sigma_A \mathbf{h}_2\,. \tag{3}$$

A tale retta appartiene il PUNTO CENTRALE di Minding, il quale è espresso da (*Astat.*, nn. 30 e 35)

$$G = A + \frac{1}{f^2}\,\mathrm{K}\sigma_A \mathbf{f}\,, \tag{4}$$

ove si è posto $f = \mathrm{mod}\,\mathbf{f}$. L'omografia con origine in G s'indicherà semplicemente con σ; essa, come quella relativa ad ogni altro punto della retta centrale, è *doppiamente singolare*.

Inoltre (*Astat.*, nn. 22 e 30), la retta centrale, del nostro sistema $(P_i\,,\,\mathbf{f}_i)$, ed il punto centrale di Minding sono invariabilmente legati al corpo $\mathbf{C}$, e quindi non variano quando — restando fisso il corpo — tutti i vettori $\mathbf{f}_i$

delle forze subiscono una rotazione arbitraria: cioè sono delle *figure geometriche astatiche rispetto al corpo.*

2. Si ha, pure, che *la retta centrale d'un sistema* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *astaticamente riducibile a due sole forze, è il sostegno d'una involuzione ellittica (di Michin) formata da tutte le coppie di punti d'applicazione delle coppie di forze perpendicolari fra loro, e formanti un sistema astaticamente equivalente al sistema dato.*

Questa involuzione della retta centrale *ha come centro il punto centrale G del sistema; come potenza,*

$$(5) \qquad -p^2 = -\frac{1}{f^2} I_1(K\sigma \,.\, \sigma) = -\frac{1}{f^2}[(I_1\sigma)^2 + 4(\nabla\sigma)^2],$$

ed è essa pure un elemento, del sistema dato, astatico rispetto al corpo.

Indicando con $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$ una terna unitario-ortogonale-destrogira di vettori, dei quali i due ultimi siano rispettivamente paralleli ad $R\sigma_A x$ ed $\mathbf{f}$ (perpendicolari fra loro), tutte le coppie di vettori ortogonali $\mathbf{h}_1$ ed $\mathbf{h}_2$, soddisfacenti alle (2), si ottengono facendo variare comunque θ nelle espressioni

$$(6) \qquad \mathbf{h}_1 = f\cos\theta(\cos\theta\,\mathbf{j}_3 + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j}_1) \;,\quad \mathbf{h}_2 = f\operatorname{sen}\theta(\operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j}_3 - \cos\theta\,\mathbf{j}_1);$$

da cui segue facilmente, per le (3) e (4), $(P - G)\times(Q - G) = -\frac{1}{f^2}(K\sigma\mathbf{j}_1)^2$, che dimostra la prima parte della proposizione enunciata.

3. Fra tutte le possibili coppie di vettori (6) possiamo considerare, in particolare, quella formata da vettori equiinclinati sopra $\mathbf{f} = f\mathbf{j}_3$, corrispondenti a $\theta = \frac{\pi}{4}$ nelle (6): e così si ha che *il sistema dato* $(P_i, \mathbf{f}_i)$ *è astaticamente equivalente a due forze d'uguale intensità* $f/\sqrt{2}$, *i cui vettori* $f(\mathbf{j}_3 + \mathbf{j}_1)/2$, $f(\mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_1)/2$ *sono ortogonali ed i cui punti di applicazione* $P_0 = G + \frac{1}{f}K\sigma\mathbf{j}_1$, $Q_0 = G - \frac{1}{f}K\sigma\mathbf{j}_1$ *sono i due punti coniugati dell'involuzione della retta centrale, simmetrici rispetto al centro G.*

Se $p = \frac{1}{f} \bmod K\sigma\mathbf{j}_1$ è la distanza di P_0 (o Q_0) da G (cioè $-p^2$ è la potenza dell'involuzione della retta centrale), e con $\mathbf{i}_1$ s'indica il vettore unitario parallelo a questa retta e dello stesso senso di $K\sigma\mathbf{j}_1$, dalla (1) si ha:

$$(7) \qquad \sigma = \frac{1}{2}pf[H(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_3 + \mathbf{j}_1) - H(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_1)] = pf\,H(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1),$$

da cui (*A. V.*, I, pag. 28 [3], pag. 48 [2]):

$$(8) \qquad K\sigma = pf\,H(\mathbf{j}_1, \mathbf{i}_1) \;,\quad K\sigma\,.\,\sigma = p^2f^2\,H(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_1) \;,\quad I_1(K\sigma\,.\,\sigma) = p^2f^2 \;,$$

e ne segue così (*A. V.*, I, pag. 167, pag. 28 [3]) la (5). Questa poi mostra che tale involuzione è un elemento astatico rispetto al corpo, perchè si può facilmente riconoscere (*Astat.*, n. 12) che *la dilatazione* $\mathrm{K}\sigma_A.\sigma_A$, *relativa ad un punto arbitrario A del corpo, è un operatore o funzione astatica rispetto al corpo, mentre la dilatazione* $\sigma_A.\mathrm{K}\sigma_A$ *è astatica rispetto alle forze del sistema dato* (1).

Complesso degli assi centrali.

4. In una configurazione arbitraria del sistema $(P_i\,.\,\mathbf{f}_i)$ possiamo considerare la *forza motrice del sistema statico di forze*, cioè la formazione di 2ª specie di Grassmann-Peano (*Astat.*, pag. 2) $s = \Sigma_i P_i \mathbf{f}_i$, la quale rappresenta completamente il *wrench* di R. S. Ball.

Per $\mathbf{f} \neq 0$, l'*asse centrale* (2) di questa formazione s è il bipunto $r = s - \dfrac{3ss}{f^2}\,\mathbf{f}$. che rappresenta l'asse centrale (di Poinsot) del sistema statico di forze. Perchè questo sistema (nella configurazione considerata per il sistema astatico) possa esser sostituito da una forza unica, occorre e basta che l'invariante (od automomento) di s, cioè ss, sia nullo; ed allora s è un bipunto coincidente con r.

Se consideriamo la speciale riduzione astatica del nostro sistema $(P_i\,,\,\mathbf{f}_i)$, indicata nel n. 3, si ha:

$$(9) \qquad s = \frac{f}{2}\,[P_0(\mathbf{j}_3 + \mathbf{j}_1) + Q_0(\mathbf{j}_3 - \mathbf{j}_1)] = f(G\mathbf{j}_3 + p\,\mathbf{i}_1\,\mathbf{j}_1)\,,$$

ed il suo invariante è (3) $ss = 2f^2p\;G\mathbf{j}_3\,\mathbf{i}_1\,\mathbf{j}_1 = -\dfrac{1}{3}f^2p\,\mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_2$. Perciò il sistema statico di forze, formato dal sistema $(P_i\,,\mathbf{f}_i)$ nella configurazione considerata, ha come asse centrale la retta (bipunto) $r = f(G\mathbf{j}_3 + p\mathbf{i}_1\mathbf{j}_1 + p\mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_3)$; e siccome, per l'identità fondamentale [*Éléments*, pag. 38 (12)] e le proprietà del prodotto alternato, è $\mathbf{i}_1\mathbf{j}_1 + \mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_2 \cdot \mathbf{j}_3 = (\mathbf{i}_1 - \mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_2 \cdot \mathbf{j}_2)\mathbf{j}_1 = \mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_3 \cdot \mathbf{j}_3\mathbf{j}_1$, si ha pure:

$$(10) \qquad r = f(G - p\mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_3 \cdot \mathbf{j}_1)\mathbf{j}_3\,.$$

(1) Gli AA. ricordati chiamano, in generale, *astatico* ogni elemento del sistema invariabilmente legato al corpo; e, volendo pure considerare le figure (od elementi) variabili solamente col variare la direzione delle forze del sistema, è necessario il distinguere le *due diverse forme di astaticità* (*Astat.*, pag. 4) rispetto al corpo, od ai vettori delle forze, cosa che non ho trovato fatta da altri.

(2) C. Burali-Forti, *Lezioni di geometria metrico-proiettiva*, Torino, Bocca (1904), pag. 91.

(3) C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Éléments de calcul vectoriel* etc., Paris, Hermann, 1910, pag. 36 (6). Nel seguito, quest'opera si indicherà brevemente con « *Éléments* ».

5. Il *complesso degli assi centrali* è formato dagli assi centrali corrispondenti a tutte le ∞^3 configurazioni del sistema $(P_i, \mathbf{f}_i)$, che si hanno mantenendo fisso il corpo in una posizione determinata, facendo rotare i vettori $\mathbf{f}_i$ e, con essi, i vettori $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$, invariabilmente legati alle forze. Quindi, una qualsiasi di tali configurazioni si potrà ottenere con una rotazione (corrispondente) dei vettori delle forze, a partire da una configurazione fissata (ad arbitrio) come *iniziale*. Noi riguarderemo come tale una fra quelle in cui il bivettore $\mathbf{j}_2\,\mathbf{j}_3$ è normale alla retta centrale del sistema, $G\,\mathbf{i}_1$.

Precisamente, se $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ è una terna unitaria-ortogonale-destrogira invariabilmente legata al corpo $\mathbf{C}$, la configurazione iniziale sarà completamente determinata supponendo che, in essa, i tre vettori $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$ (invariabilmente legati alle forze) coincidano rispettivamente con i vettori $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$. In tal modo le due forze applicate nei punti $P_0 = G + p\mathbf{i}_1$, $Q_0 = G - p\mathbf{i}_1$, ed equivalenti astaticamente al nostro sistema, agiscono secondo due rette che nella configurazione iniziale sono

$$(G + p\mathbf{i}_1)(\mathbf{i}_3 + \mathbf{i}_1) = (G - p\mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 + \mathbf{i}_1),$$
$$(G - p\mathbf{i}_1)(\mathbf{i}_3 - \mathbf{i}_1) = (G - p\mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 - \mathbf{i}_1),$$

ed hanno quindi in comune il punto $G - p\mathbf{i}_3$. Così *le forze del sistema sono allora staticamente equivalenti ad una forza unica di vettore* $\mathbf{f} = f\mathbf{j}_3$, *perpendicolare alla retta centrale e passante per il punto centrale*. La stessa forza è ancora ovviamente la risultante unica del sistema, nella configurazione ottenuta con una rotazione di mezzo giro intorno ad $\mathbf{i}_3$ (il che corrisponde a far coincidere la terna $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$ con la terna $-\mathbf{i}_1, -\mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$). Ed è chiaro che in ognuna delle ∞^1 configurazioni ottenute, dalle due ora indicate, mediante una rotazione arbitraria (dei vettori delle forze) intorno alla retta centrale, le forze del sistema potranno sempre sostituirsi con una forza unica, agente secondo una retta del fascio di centro G e giacente nel piano normale alla retta centrale.

6. La (10) ci rappresenta tutte le rette del complesso degli assi centrali che si ottengono facendo variare i due vettori, unitarî ed ortogonali, $\mathbf{j}_1$ e $\mathbf{j}_3$ (invariabilmente legati ai vettori delle forze, con $\mathbf{j}_2$), in tutti i modi possibili. Un tale complesso contiene la congruenza delle rette, ciascuna delle quali è il sostegno d'una risultante unica del sistema di forze, in una conveniente configurazione. E questa congruenza è determinata da tutte le forme s, che si riducono ad un bipunto, cioè (essendo $\mathbf{f} \neq 0$) soddisfano alla condizione $ss = 0$; ossia è l'insieme dei bipunti r, o delle s, che soddisfano alla

$$\mathbf{i}_1 \times \mathbf{j}_2 = 0. \tag{11}$$

Teorema. *Il complesso degli assi centrali* (10) *è quadratico. Le rette di questo complesso, passanti per un punto* (*proprio*) *arbitrario A, sono le generatrici del cono asintoto delle quadriche indicatrici, con centro*

in A, della dilatazione $K\sigma_A \cdot \sigma_A - f^2(G-A)^2$; *cioè son le rette AP, luogo dei punti P che soddisfano all'equazione*:

$$(12) \qquad (P-A)\times[K\sigma_A\cdot\sigma_A - f^2(G-A)^2](P-A)=0.$$

Infatti, perchè il bipunto r passi per A, occorre e basta che la formazione di 3ª specie (di Grassmann-Peano) Ar sia identicamente nulla, cioè sia $GA\mathbf{j}_3 + p\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3 \cdot A\mathbf{j}_1\mathbf{j}_3 = 0$; ossia, dev'essere (*Éléments*, pag. 181 [4)

$$(G-O)\times(A-O)\wedge\mathbf{j}_3 - p\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3\cdot(A-O)\times\mathbf{j}_2 = 0,$$

qualunque sia il punto O. Ponendo, per es., successivamente, $A+\mathbf{j}_1$, $A+\mathbf{j}_2$, al posto di O, si ottiene subito:

$$(13) \qquad (G-A)\times\mathbf{j}_2 = 0,\ (G-A)\times\mathbf{j}_1 = p\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3;$$

da cui, per l'identità fondamentale che lega $G-A$ alle sue componenti secondo $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3$, si ha:

$$(G-A)^2 = p^2(\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3)^2 + [(G-A)\times\mathbf{j}_3]^2.$$

D'altra parte, se P è un punto qualsiasi d'un asse centrale r, essendo questo parallelo al corrispondente vettore $\mathbf{j}_3$, è $P-A = \pm \bmod (P-A)\cdot\mathbf{j}_3$, e quindi l'ultima relazione può scriversi:

$$(G-A)^2\cdot(P-A)^2 = p^2[\mathbf{i}_1\times(P-A)]^2 + [(G-A)\times(P-A)]^2,$$

la quale equivale alla (12) perchè, com'è facile riconoscere, si ha (cfr. *Astat.*, pag. 55):

$$(14) \quad \sigma_A = \sigma + f\mathrm{H}(G-A,\mathbf{j}_3),\ K\sigma_A\cdot\sigma_A = K\sigma\cdot\sigma + f^2\mathrm{H}(G-A,\ G-A).$$

In particolare, siccome $K\sigma\cdot\sigma$ trasforma ogni vettore in un vettore parallelo alla retta centrale [vedi le (8)], gli assi centrali uscenti dal punto centrale G formano il fascio delle rette per G, normale alla retta centrale.

7. Io ho chiamato PIANO MEDIANO (milieu), del sistema considerato, il piano normale alla retta centrale condotto per il punto centrale; e, per analogia con le focali di Minding, ho chiamato CIRCOLO FOCALE il circolo di tale piano con centro in G e raggio p (essendo $-p^2$ la potenza dell'involuzione della retta centrale). Ne risulta che *il piano mediano ed il circolo focale sono figure astatiche rispetto al corpo*; inoltre: *il circolo focale è il luogo dei punti, da cui, proiettando l'involuzione della retta centrale, si ottiene un'involuzione circolare.* Si ha pure il

Teorema. *La sezione col piano mediano del cono formato dagli assi centrali passanti per un punto A, fuori di tale piano e della retta centrale, è un'ellisse bitangente internamente al circolo focale, nei punti (opposti) d'incontro di questo circolo col piano del punto A e della retta centrale. L'asse minore dell'ellisse (normale al diametro di contatto col*

circolo) è il prodotto del diametro $(2p)$ *del circolo focale per il coseno dell'angolo che la retta centrale forma con la retta* (AG) *congiungente il vertice del cono con il punto centrale. — Gli assi centrali uscenti da un punto arbitrario della retta centrale, formano il cono rotondo che ha per direttrice il circolo focale.*

Infatti, per le note formole (1) del prodotto regressivo fra due forme di 2ª e 3ª specie (di Grassmann-Peano), l'intersezione del bipunto r (10) col piano mediano $G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3$ è [*Éléments*, pag. 182, n. 3; pag. 34 (2); cfr. *Astat.*, pag. 60]:

$$(15)\quad \frac{6}{f}G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3\,.\,r = 6G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3\mathbf{j}_3\,.\,G + 6p\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3(G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3\mathbf{j}_1\,.\,\mathbf{j}_3 - G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3\mathbf{j}_3\,.\,\mathbf{j}_1) =$$
$$= \mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3[G + p(\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_1\,.\,\mathbf{j}_3 - \mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3\,.\,\mathbf{j}_1)] = \mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3(G + p\mathbf{i}_1\wedge\mathbf{j}_2)\,.$$

Quindi, se $\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3 = 0$, la retta $A\mathbf{j}_3$ appartiene al piano mediano; ed inoltre, per le (13), il vettore GA risulta parallelo a $\mathbf{j}_3$; perciò, finchè A è fuori del piano mediano $G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3$, si ha $\mathbf{i}_1\times\mathbf{j}_3 \neq 0$. Allora la (15) mostra che una retta r, per A, è tagliata dal piano $G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3$ nel punto $Q = G + p\mathbf{i}_1\wedge\mathbf{j}_2$, ove il vettore unitario $\mathbf{j}_2$ può variare comunque, conservandosi però, per la 1ª delle (13), normale alla retta GA. Perciò G è il centro della conica descritta da Q (potendosi cambiare $\mathbf{j}_2$ in $-\mathbf{j}_2$). Inoltre mod $(Q - G)$ è costante ed uguale a p quando, e solo quando, il punto A sta sulla retta centrale, chè solo allora $\mathbf{j}_2$ è sempre normale ad $\mathbf{i}_1$. Per A fuori della retta centrale $G\mathbf{i}_1$, il vettore $\mathbf{j}_2$ è normale ad $\mathbf{i}_1$ solo quando $\mathbf{i}_1\wedge\mathbf{j}_2$ è parallelo all'intersezione dei due piani $G\mathbf{i}_2\mathbf{i}_3$ ed $AG\mathbf{i}_1$; ed allora detto mod $(Q - G)$ assume il suo valore massimo p. Il minimo valore della stessa distanza di Q da G si ha quando $\mathbf{j}_2$, normale a GA, è parallelo al piano $GA\mathbf{i}_1$, cioè quando $Q - G$ è normale a questo piano ed il suo modulo è quindi $\pm p\,\mathrm{sen}(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_2) = \pm p\cos(\mathbf{i}_1, G - A)$.

c. d. d.

Corollario. *Gli assi centrali che incontrano una retta arbitraria uscente dal punto centrale, e che non giace nel piano centrale, sono tutte (e sole) le rette che si appoggiano alla retta data e ad un'ellisse del piano mediano, bitangente, negli estremi del suo asse focale, al circolo focale.*

(1) Ved., per es, C. Burali-Forti, *Corso di geometria analitico-proiettiva*, Torino, G. B. Petrini, 1912, pag. 165 [1].

Meccanica. — *Nuovi tipi di onde periodiche permanenti e rotazionali.* Nota II di U. Cisotti, presentata dal Socio T. Levi-Civita.

Matematica. — *Sulla definizione di arco di una curva e dell'integrale di Weierstrass, che si presenta nel calcolo delle variazioni.* Nota di Guido Fubini, presentata dal Corrispondente O. Tedone.

Le Note precedenti saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Fisica. — *Nuove ricerche sulla dirigibilità delle onde elettriche* (1). Nota del prof. Alessandro Artom, presentata dal Socio P. Blaserna.

Fin dall'inizio della radiotelegrafia, mi sono proposto di risolvere alcune questioni le cui soluzioni potevano meglio assicurare la continuità e l'indipendenza di funzionamento delle stazioni radiotelegrafiche. Mi occupai principalmente del modo di dirigere le onde elettriche, essendo questa, a parer mio, una delle proprietà più importanti per ottenere che le comunicazioni radiotelegrafiche fra varie stazioni possano compiersi senza reciproco disturbo.

Proposi diversi metodi per ottenere la dirigibilità delle onde elettriche, metodi che sperimentai, con risultati perfettamente corrispondenti alle previsioni teoriche, col concorso della marina italiana, come ho esposto nelle mie precedenti Note (2).

Nella Nota del 17 giugno 1906 mettevo in rilievo la capitale importanza, per la dirigibilità delle onde elettriche, della forma degli aerei, della posizione relativa e della situazione di essi, rispetto alla terra.

Scopo della presente Nota si è di descrivere alcune semplici ma assai notevoli forme di aerei radiotelegrafici dirigibili, da me ideati e sperimentati fra stazioni poste anche a qualche centinaio di chilometri fra loro.

(1) Lavoro eseguito nel R. Politecnico di Torino.

(2) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, A. Artom: 15 marzo 1903, 5 febbraio 1905, 17 giugno 1906.

Le forme di aerei radiotelegrafici da me ideati, sono in generale composte da due o più conduttori inclinati, simmetricamente disposti rispetto ad un piano verticale; oppure da circuiti oscillanti di forme opportune.

1. Una forma semplice di aereo radiotelegrafico è quella della fig. 1, costituita da un triangolo isoscele aperto in alto e da me ideata fin dal 1902.

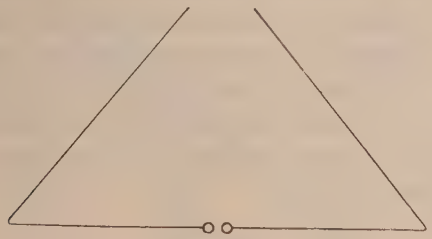


Fig. 1.

Quando i due rami dell'aereo sono alimentati da correnti di fasi opposte, il diagramma di dirigibilità delle onde elettriche irradiate, è quello rappresentato nella fig. 2.

È questo un caso particolare del metodo generale da me indicato nelle precedenti Note e fondato sull'impiego di due oscillazioni elettriche spostate di fase. La teoria nel metodo è stata confermata più tardi dall'Eccles, dal Garbasso (1) e da altri.

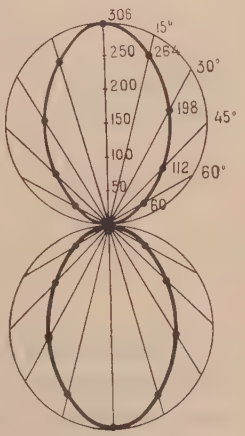


Fig. 2.

Le curve di dirigibilità furono più tardi anche determinate misurando le intensità di radiazione, nelle diverse direzioni, col termogalvanometro Duddell. Queste curve, come mostra la figura 2, hanno forma di due ellissi tangenti il cui asse maggiore giace nel piano dell'aereo triangolare e di cui la base del triangolo è coincidente con l'asse comune dei due ellissi.

In altri termini, la radiazione si estende tutta nella direzione del piano dell'aereo radiotelegrafico, tanto dalla parte destra quanto dalla parte sinistra. Nella direzione perpendicolare al piano dell'aereo la radiazione è praticamente nulla.

Così, per ricordare un esempio pratico: nella direzione del piano dell'aereo ed in quelle prossime ad essa, si possono inviare radiotelegrammi a distanza di quattrocento e più chilometri, colla spesa di energia inferiore a quella impiegata nelle ordinarie stazioni radiotelegrafiche, mentre nella di-

(1) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, A. Garbasso, 5 giugno 1910.

rezione perpendicolare al piano dell'aereo ed in quelle comprese in un assai ampio settore, già ad un chilometro di distanza la radiazione è praticamente nulla.

Lo stesso aereo triangolare adoperato come aereo ricevente, fig. 3, gode di proprietà identiche rispetto al ricevimento dei radiotelegrammi.

Tale aereo riceve benissimo i radiotelegrammi dalle stazioni radiotelegrafiche che sono situate nella direzione del piano dell'aereo ed in quelle prossime ad esso. Ciò perchè le onde elettriche, che provengono da quelle direzioni, colpiscono gli aerei in istanti di tempo successivi e generano correnti differenti di fasi, le quali direttamente o per induzione sono trasmesse all'apparato rivelatore di onde elettriche, che potrà essere del tipo a cristalli, o di qualunque altro.

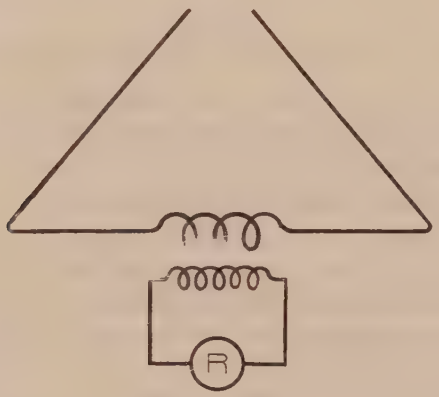


Fig. 3.

Le oscillazioni elettriche provenienti dalle stazioni radiotelegrafiche situate prossimamente nel piano di simmetria perpendicolare al piano dell'aereo, colpiscono i due rami dell'aereo sensibilmente negli stessi istanti, e provocano nell'apparato ricevitore effetti differenziali, cioè correnti contrarie, ed in questo caso sensibilmente uguali, e colla stessa fase: il che è quanto dire che le stazioni radiotelegrafiche, situate nelle posizioni sopra accennate, non influenzano l'apparato ricevitore.

Ciò è praticamente assai importante, perchè in grazia di questa proprietà, il servizio radiotelegrafico si può rendere indipendente dai disturbi delle stazioni colle quali non si desidera comunicare.

2. Una assai notevole proprietà di questa forma di aereo radiotelegrafico dirigibile è quella da me descritta nel gennaio 1907, ed attuata con pieno successo, poco dopo, nelle stazioni della Regia Marina sulle coste del mare Adriatico.

Immaginiamo di far ruotare attorno all'asse verticale di simmetria uno dei due triangoli rettangoli in cui il triangolo isoscele si può scomporre tracciando l'altezza del triangolo.

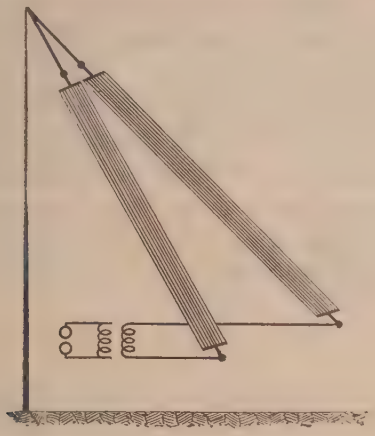


Fig. 4.

Ne risulta un aereo (fig. 4) costituito dalla ipotenusa e da un cateto di due triangoli rettangoli i cui piani formano fra loro un angolo diedro.

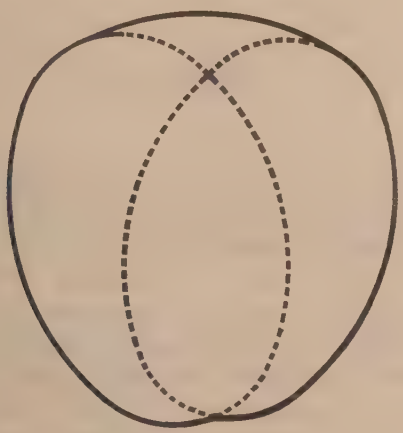


Fig. 5.

Variando il valore dell'angolo diedro, si possono creare diagrammi (fig. 5) della distribuzione dell'energia irradiata, tali da soddisfare alle più difficili esigenze della pratica.

Così, ad esempio, diminuendo il valore dell'angolo diedro compreso fra i due rami dell'aereo, la curva di dirigibilità riesce assai più ristretta ed allungata.

Si può, in altri termini, fare in modo, come l'esperimento ha provato, che i radiotelegrammi giungano esclusivamente in determinate regioni, evitando completamente che essi possano essere intercettati dagli apparati situati fuori da quei prestabiliti territorii.

È importante di ricordare, a questo punto, quanto ho indicato già fin dal 1904, cioè che le proprietà direttive di questi aerei possono essere rese anche più perfette, facendo agire insieme, tenendo conto delle fasi delle correnti oscillatorie, parecchie coppie di tali aerei. Essi possono allora disporsi o nello stesso piano od in piani paralleli, cosicchè le loro azioni vengano a sommarsi nelle direzioni desiderate.

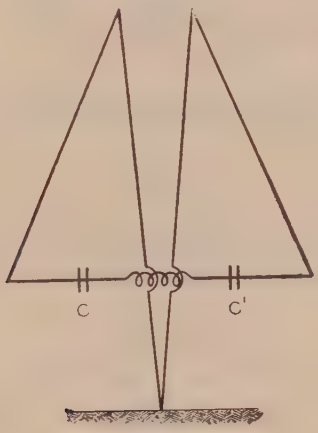


Fig. 6.

3. Un altro aereo radiotelegrafico dirigibile ho pure sperimentato con buoni risultati, allo scopo di assicurare la continuità e la indipendenza di funzionamento degli apparati radiotelegrafici dai nocivi effetti della elettricità atmosferica e di quelli dovuti alle oscillazioni elettriche irradiate dalle stazioni con le quali non si desidera di comunicare.

Tale aereo radiotelegrafico è rappresentato nella fig. 6. In questo aereo le estremità superiori del triangolo della fig. 1 sono ripiegate e messe a terra per mezzo di due conduttori.

L'apparato ricevente è riunito, coll'intermediario di un circuito indotto, colla parte centrale del conduttore orizzontale.

Come l'aereo della fig. 3, esso rende l'apparato ricevitore sensibile alle trasmissioni che arrivano dalle stazioni situate prossimamente nel piano dell'aereo, ed esclude le ricezioni provenienti dalle stazioni situate fuori del piano dell'aereo.

In questo caso l'antenna, invece di essere parzialmente chiusa, costituisce un circuito interamente metallico, interrotto solo da condensatori. La sua azione come aereo ricevente è dovuta alle forze elettromotrici generate dalla variazione del flusso magnetico che attraversa la superficie racchiusa dall'aereo.

L'aereo di questa forma si presta bene, come l'esperimento di parecchi anni ha dimostrato, per diminuire notevolmente gli effetti nocivi della elettricità atmosferica sul ricevitore. È pure singolarmente adatto per poter ottenere effetti sintonici con onde elettriche di grande lunghezza, senza dover troppo aumentare la superficie dell'aereo.

***

Nelle stazioni radiotelegrafiche dirigibili, volendo trasmettere e ricevere radiotelegrammi secondo diverse direzioni dell'azimut, sono disposti parecchi aerei dirigibili attorno ad un unico palo o supporto, dal quale sono sostenuti.

Nel loro complesso, le stazioni radiotelegrafiche dirigibili, del tipo da me ideato, vengono ad assumere l'aspetto esterno di un grande cono col vertice in alto, e di cui le generatrici sono costituite dai fili inclinati dei diversi aerei che servono ad operare nelle varie direzioni.

Le proprietà direttive e selettive degli aerei dirigibili così disposti, possono essere utilizzate adoperando detti aerei indipendentemente l'uno dall'altro: ed allora gli estremi di ciascun aereo fanno capo ad opportuni commutatori che li mettono in comunicazione rispettivamente coi circuiti generatori ovvero coi circuiti dei rivelatori di onde elettriche.

Nelle stazioni dirigibili sopradescritte, i diversi aerei possono essere collegati invece tra loro in modo da utilizzare gli effetti di composizione oppure di interferenza delle onde irradiate o ricevute.

In entrambi i modi di utilizzare le proprietà direttive e selettive di questi aerei, si può determinare con esattezza la posizione in cui si trova la stazione radiotelegrafica che trasmette i radiotelegrammi.

Geografia fisica. — *Quarta relazione della spedizione scientifica nel Karakoram orientale*, trasmessa al PRESIDENTE dal capo della spedizione dott. FILIPPO DE FILIPPI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *La distribuzione della forza magnetica terrestre nella media Eritrea.* Nota di L. Palazzo, presentata dal Socio E. Millosevich.

1. — Prima del 1913 non erano state fatte, nella nostra colonia Eritrea, misure assolute e complete dei tre elementi che definiscono il campo magnetico terrestre, se non a Massaua ed in pochi altri punti della costa e delle isole del mar Rosso. Per Massaua si possedevano i valori magnetici determinati dagli ufficiali della R. Nave idrografica « Staffetta » nel marzo 1911, quelli trovati dall'americano W. H. Sligh della *Carnegie Institution* nell'aprile dello stesso 1911, e quelli ottenuti dall'austriaco alfiere di vascello C. Rössler assai tempo prima, cioè sul finire del 1897; è pure a quest'ultimo che si dovevano i valori per l'isola Nocra del gruppo delle Dàhalak, per l'isolotto Harmil e pei punti costieri Daramsas, Abàyil, Assab, nei quali aveva fatto scalo la i. e r. nave-trasporto « Pola » durante la campagna oceanografica intrapresa nel summentovato anno 1897. Nessuna stazione magnetica era mai stata fatta nell'interno dell'Eritrea; conoscevasi bensì un valore della declinazione osservato a Chèren nel 1861, mediante bussola, dai viaggiatori Kinzelbach e von Heuglin; ma un dato così isolato, e relativo ad un solo elemento, nulla diceva per la conoscenza del regime magnetico della regione. Pertanto un rilevamento magnetico, che si fosse sistematicamente eseguito per l'Eritrea, avrebbe presentato non piccolo interesse.

2. — Tale lavoro di rilievo magnetico ebbi appunto occasione di compiere nell'estate 1913, allorchè mi recai nell'Eritrea, chiamatovi dal Governo coloniale per l'impianto di un'osservatorio sismico in Asmara e per lo studio dei terremoti che, cominciati nel gennaio di quell'anno e continuando con straordinaria frequenza, tenevano in viva apprensione gli abitatori della colonia. Dovendo andare in giro per visitare i luoghi più battuti dai terremoti e per raccogliere informazioni sui fatti geodinamici, mi parve opportuno di associare alle indagini sismologiche anche l'esplorazione magnetica della regione percorsa. Grazie alle molte facilitazioni concessemi, nei mezzi di trasporto, dal Governo, ed alla cortesia degli ottimi funzionarii, qua e là residenti, che andarono a gara nel favorire la mia intrapresa, potei in brevissimo tempo, cioè dal 7 giugno al 7 agosto, fare una magnifica serie, compatta ed omogenea, di misure dei tre elementi geomagnetici. I punti di osservazione sono 16 in tutto, di cui 11 sull'altipiano, ad un livello medio di circa 2000 m. (Asmara, Debàroa, Adi Ugri, Chenafenà, Coatìt, Adi Caièh, Addi Adid, Saganeiti, Uochertì, Az Teclesàn, Chèren), 1 a mezza costa (Ghinda, 910 m.), 4 a livello del mare (Massaua, Zula, Aràfali lungo il litorale, e poi l'isola di Nocra). Il poligono avente al contorno questi punti è ben lontano dal raggiungere in estensione tutta quanta l'Eritrea; esso non ne copre che

una modesta parte, che è la regione media per latitudine e più orientale, comprendente i centri abitati più importanti; per definire meglio, diremo che i punti, distribuiti in verità non molto uniformemente, sono contenuti entro un trapezio limitato dai meridiani 38° 25′ e 40° 0′ (est da Greenwich) e dai paralleli 14° 45′ e 15° 50′ (nord). Un trapezio siffatto ha l'area di 20200 kmq., e quindi la nostra rete magnetica viene ad avere una densità media di 1 stazione per ogni 1260 kmq (1).

3. — I risultati delle misure da me eseguite in Eritrea nel 1913 si troveranno esposti, per estenso e con molti particolari, in una Memoria che vedrà presto la luce nel volume XXXV, parte 1ª, degli *Annali del R. Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica*; frattanto mi pregio di far qui conoscere, all'Accademia, in breve riassunto, i risultati stessi. Riporto in una tabella i valori dei tre elementi magnetici direttamente osservati: declinazione δ, inclinazione i ed intensità orizzontale H; e poi i valori della forza totale T e delle sue componenti ortogonali X, Y, Z, che dai tre primi dati, con semplici calcoli, si deducono.

Valori degli elementi magnetici determinati in Eritrea, intorno all'epoca 1913, 5.

Stazioni	Coordinate geografiche			Elementi magnetici direttamente osservati			Elementi dedotti			
	φ bor.	λ orien.	h	δ occ.	i bor.	H	X	Y	Z	T
	° ′ ″	° ′ ″	m	° ′	° ′	Γ				
Asmara . . .	15.20.10	38 55.50	2330	1 40.4	12 08.9	0,34827	0,34812	- 0,01017	0,07497	0,35625
Debàroa . . .	15.05 35	38.50.20	1930	1.43,4	11 34,5	0,34897	0,34881	— 0,01049	0,07147	0,35621
Adi Ugri .	14.52.45	38.19.00	1980	1.48,2	11.15,8	0,34928	0,34911	— 0,01099	0,06956	0,35614
Chenafenà .	14.47.20	39.01.10	1630	1.45.5	10.51,2	0 34900	0,34883	— 0,01071	0.06691	0,35536
Coatit	14.18.20	39.13.30	1900	1.39,5	10.55,8	0,34890	0,34875	— 0,01010	0,06738	0,35525
Adi Caieh .	14 50.45	39.22.25	2410	1.37,3	10.59,6	0,34929	0,34915	— 0,00988	0,06785	0,35582
Addi Adid .	14 57.25	39.13.35	1950	1.38.8	11.16,8	0,34927	0,34913	— 0,01004	0,06966	0,35615
Saganeiti . .	15.03.15	39.10.55	2160	1.39,5	11.33,7	0,34842	0,34827	— 0,01008	0.07128	0,35564
Uocherti . . .	15.10 35	38.59.50	2200	1.42,0	11.51,3	0,34823	0,34808	— 0,01033	0.07310	0,35582
Az Teclesàn	15.34 00	38.46.45	2250	1.44,0	12.41.3	0,34804	0,34788	— 0,01053	0,07836	0,35675
Chèren	15.46.45	38.27.15	1400	1.53,9	13.12,9	0,34788	0,34769	- 0,01152	0,08169	0,35734
Ghinda . . .	15.26.30	39.06.05	910	1.34,6	12 20,1	0,34842	0,34829	— 0,00959	0,07619	0,35665
Massaua . . .	15.35.50	39.27.50	2	1.31,8	12.54,2	0,34819	0,34807	— 0,00930	0,07977	0,35721
Zula	15 15.10	39.42.55	1	1.37,9	11.49,8	0,34970	0,34956	— 0,00996	0,07325	0,35729
Aràfali	15.05 10	39.44.55	1	1.39,1	11.37,0	0,35071	0,35056	— 0,01011	0,07210	0,35804
Nocra	15.43.20	39.56.40	2	1.27,0	13.05,7	0,34807	0,34796	— 0,00881	0,08097	0,35736

(1) La densità delle stazioni nella carta magnetica d'Italia è solo di 1 per ogni 1500 kmq.

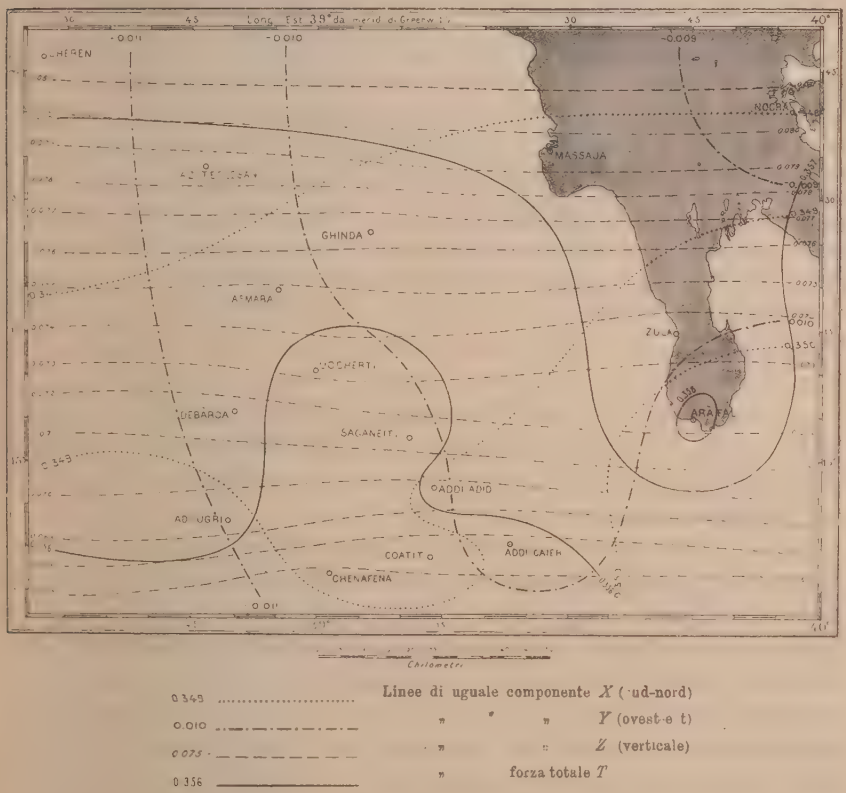
4. — Le osservazioni fatte non sono, nè potevano essere, rigorosamente coeve; manca d'altra parte il mezzo di ricondurle ad un'epoca fissa, comune, non esistendo, in più o meno grande vicinanza all'Eritrea, alcun osservatorio magnetico, di cui si posseggano registrazioni magnetografiche atte a servire di riferimento per consimili riduzioni, come farebbesi in Europa. È stata però nostra cura di scegliere, in generale, per l'osservazione degli elementi maggiormente variabili, quali la declinazione e l'intensità, quelle ore del giorno in cui il rispettivo elemento assume presso a poco il suo valor medio giornaliero; cosicchè i dati osservati, in sostanza, ben poco devono risentire l'effetto della variabilità diurna. Inoltre tutte le osservazioni cadono entro un ristretto termine di tempo che s'aggira intorno al punto di mezzo dell'anno 1913, e perciò i dati raccolti si possono sensibilmente considerare tutti come riferibili all'epoca comune 1913,5. Ciò posto, mi è stato possibile di costruire la carta magnetica per la media Eritrea e per la suddetta epoca 1913,5, col tracciamento delle tre specie di linee isomagnetiche corrispondenti ai tre elementi osservati, cioè le isogone, le isocline e le isodinamiche della componente orizzontale. Tale carta, alla scala di 1:600.000, è annessa alla Memoria che si pubblica negli *Annali*, ove sono anche commentate le varie particolarità di forma e di andamento delle linee suddette, su di che io qui sorvolo. Invece, per dare un'idea della distribuzione della forza magnetica terrestre sulla media Eritrea, presento qui una cartina, in scala ridottissima, col disegno delle linee di eguale forza totale, nonchè delle isodiname per ciascuna delle tre componenti: sud-nord, ovest-est e verticale.

Dall'esame della cartina, a chiunque appare manifesto che, mentre nella porzione superiore, o più settentrionale, le varie linee mantengono un andamento relativamente regolare, nella metà meridionale della carta, ed in ispecie verso sud-est, si hanno invece le maggiori anomalie. Sopratutto si mostrano irregolari i percorsi delle isodiname della forza totale T e delle componenti X e Y; un punto singolare, per la forza totale, si ha in Aràfali, che abbiamo circuìto con l'isodinama del valore 0.358. Al contrario, i valori della componente verticale Z sono distribuiti con assai maggiore regolarità su tutta l'estensione della carta; essi si scalano fra di loro molto rapidamente ed ordinatamente, dando luogo ad una serie di isodiname di Z pressochè equidistanti e parallele ai paralleli geografici; è la stessa cosa che avviene per le linee isocline, cioè di eguale inclinazione.

La causa delle anomalie magnetiche, così evidenti nella regione meridionale, è da ricercarsi — io penso — nella speciale costituzione geologica del suolo, cioè nella presenza delle rocce eruttive, e più specialmente dei cosiddetti *trappi*, diffusi un po' dovunque nell'altipiano, ma che per l'appunto maggiormente si sviluppano verso il sud. Aràfali poi giace al piede di un cono vulcanico, il Dòla, che è il primo di una numerosissima serie di crateri spenti, salvo qualche manifestazione di fumarole o di sorgenti termali,

disseminate sugli estesi campi di lava della zona vulcanica dell'Alid. È ben vero che io ho cercato di evitare, in genere, il collocamento degli strumenti magnetici direttamente su suolo lavico (trachiti e basalti); ma si appalesa pur sempre l'azione a distanza di tali rocce.

Carta magnetica delle isodinamiche sulla media Eritrea per l'epoca 1913, 5.



È poi anche doveroso far osservare che la rappresentazione grafica relativa agli elementi non direttamente osservati X, Y, Z e T, non sempre rispecchia, assolutamente e per intero, la reale distribuzione della forza magnetica, in quanto che essa rappresentazione può facilmente risentire, talora in misura non lieve, l'influenza degli ordinarii errori commessi negli elementi di osservazione diretta; tali errori, anche se piccoli in se stessi, possono per avventura, nel calcolo degli elementi derivati X, Y, Z e T, congiungersi in modo da originare errori assai più sensibili nei rispettivi prodotti. Infatti, dalle note relazioni

$$X = H\cos\delta, \quad Y = H\,\mathrm{sen}\,\delta, \quad Z = H\,\mathrm{tg}\,i, \quad T = H\sec i,$$

si hanno i rispettivi differenziali:

$$dX = \cos\delta\,.\,dH - H\,\mathrm{sen}\,\delta\,.\,d\delta, \quad dY = \mathrm{sen}\,\delta\,.\,dH + H\cos\delta\,.\,d\delta,$$

$$dZ = \mathrm{tg}\,i\,.\,dH + \frac{H}{\cos^2 i}\,di, \qquad dT = \frac{1}{\cos i}\,dH + \frac{H\,\mathrm{sen}\,i}{\cos^2 i}\,di.$$

In generale, si può ritenere esatto δ entro $\pm 1'$, i entro $\pm 2'$, H entro $\pm 10\gamma$; ma qui, oltre agli abituali errori delle osservazioni di campagna, si devono considerare quelli derivanti, nella collettività dei valori utilizzati per la rappresentazione grafica, dalla mancata od imperfetta riduzione all'epoca comune di riferimento. Pertanto ammettiamo che nelle nostre misure eritree gli errori $d\delta, di, dH$ possano avere valori anche doppî o tripli di quelli su assegnati. Ora, a seconda dei segni, in X, Y, Z, T possono gli errori provenienti da δ e H, ovvero da i e H, combinarsi per differenza o per addizione, cioè tendere ad elidersi a vicenda ovvero a sommarsi. A vero dire, data la piccolezza dell'angolo di declinazione δ nell'Eritrea, l'errore dX dipende quasi esclusivamente dall'errore dH; l'errore dY è subordinato invece essenzialmente all'errore $d\delta$; ma in Z e T, l'eventuale combinazione degli errori di e dH può dar luogo ad errori amplificati, ed indurre quindi il disegnatore della carta a distorsioni di linee simulanti anomalie, le quali non sono che apparenti. Nell'Eritrea però si ha la favorevole circostanza che l'inclinazione i non è molto grande (tra 10° e 13°), e pertanto risultano relativamente impiccioliti i termini di dZ e dT aventi a fattori $tg\,i$ o $sen\,i$, ed a divisori $\cos i$ o $\cos^2 i$. Inoltre, nel sistema delle isodiname di Z, data la grande rapidità con cui varia i, e quindi Z, nelle latitudini eritree, gli errori, di cui parliamo, si pronunciano meno nella rappresentazione grafica: ma nelle isodiname di T, la quale varia assai lentamente nell'àmbito della carta, le anomalie apparenti, cioè dovute all'accidentale esaltamento suddetto degli errori, possono rendersi assai più spiccate.

Tutto questo ho voluto dire, affinchè la cartina da noi offerta non venga intesa come espressione vera ed assoluta del fenomeno della distribuzione della forza geomagnetica nell'Eritrea, ma sia considerata al suo giusto, modesto valore e con le dovute riserve.

5. — Il rilevamento magnetico dell'Eritrea presenta il fatto, non frequentemente incontrato in rilievi congeneri, che una parte delle stazioni, le quali hanno servito di base alla carta, giacciono al livello del mare, ed altre stazioni, a non grande distanza orizzontale dalle prime, si trovano ad un dislivello di oltre 2000 metri. Ci si offre pertanto qui l'opportunità di ricercare quale azione eserciti siffatta differenza d'altitudine sulla forza magnetica terrestre. Il raffronto fra i risultati ottenuti nelle stazioni basse ed in quelle elevate riesce però piuttosto complicato in causa delle anomalie magnetiche di cui sopra abbiamo discorso; esse, sovrapponendosi all'effetto dell'altezza, di per sè assai piccolo, possono del tutto mascherarlo. Tuttavia abbiamo voluto tentare la prova, valendoci delle stazioni della metà superiore della carta, ove meno manifeste sono le anomalie. Nella Memoria preparata per gli *Annali di Meteorologia* abbiamo fatto il calcolo della variazione coll'altezza per la componente orizzontale H; qui lo faremo invece per l'intensità totale T. Scegliendo le stazioni di Chèren, Az Teclesàn ed Asmara sull'altipiano, e quelle di Massaua e Nocra sul mare, ho stabilito un sistema di equazioni, risolvendo le quali sono riuscito a determinare, ad un tempo, le variazioni della forza T (considerata come funzione lineare ed omogenea della latitudine φ, della longitudine λ e dell'altitudine h) rispettivamente per 1° di φ, per 1° di λ (crescente verso E) e per 1 km. di h. Non m'indugio

sull'impostamento e sulla condotta del calcolo. e dò senz'altro i valori trovati pei suddetti rapporti:

$$f'_\varphi = +\,0{,}00210\,,\quad f'_\lambda = -\,0{,}00002\,,\quad f'_h = -\,0{,}00015{\cdot}7.$$

Dalle misure eritree si rileverebbe, adunque, che l'intensità T diminuisce, coll'altezza. in ragione di 15,7 unità γ per ogni chilometro di dislivello. Questo valore della diminuzione di T coll'altezza è solo di poco inferiore a quello previsto dalla teoria di Gauss, e che nel caso dell'Eritrea è espresso numericamente da 16,8 γ (1). Mediante un procedimento, analogo bensì, ma non identico, nella summenzionata Memoria avevamo trovato che la variazione della componente H per chilometro d'altezza è $-\,7.7\,\gamma$, numero pur esso inferiore, ma notevolmente di più, al valore $-\,16{,}4$ dato dalla teoria.

Non è da attribuire molta importanza ai valori numerici dei gradienti di T e di H in altezza da noi trovati, poichè troppo scarse sono, e forse anche non scevre da difetti, le osservazioni che hanno servito di base al nostro calcolo: questo, in verità, non è da considerarsi se non come una semplice punta d'assaggio (« eine Stichprobe » direbbero i Tedeschi) effettuata sul materiale di dati magnetici da noi raccolti. Tuttavia, il fatto che quei valori sono risultati più bassi dei rispettivi valori teorici, può essere interpretato con l'esistenza di forze magnetiche esteriori alla superficie della Terra, quali sarebbero correnti elettriche (trasporto di ioni con prevalenza d'un determinato segno) attraverso all'atmosfera, la cui azione sull'ago calamitato si compone con l'azione del campo magnetico propriamente dovuto alla litosfera. Che esistano siffatte correnti elettriche in seno all'atmosfera, è ormai accertato; e non è detto che queste debbano agire ovunque nel medesimo senso, chè anzi il loro sistema, nelle varie zone della Terra, appare connesso con le correnti d'aria costituenti la circolazione generale atmosferica. È chiaro che, a seconda del senso, l'azione delle correnti elettriche, di cui parliamo, può ritardare od accelerare la diminuzione che deve verificarsi nell'intensità magnetica coll'allontanamento dalla superficie della litosfera (al livello medio), sede del magnetismo terrestre. Pertanto la or ora ricordata relazione fra le correnti elettriche e la circolazione generale atmosferica, potrebbe per l'appunto invocarsi a spiegare perchè nell'Eritrea, paese della zona tropicale, il rapporto della variazione della forza magnetica alla differenza d'altezza verticale si sia trovato inferiore al valore teorico, mentre nei paesi d'Europa, di più elevate latitudini, si è riscontrato, in generale, il fenomeno inverso, cioè una diminuzione della forza coll'altezza

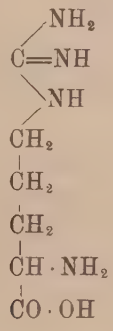
(1) Infatti, se nell'espressione generale $dT_h = -\,3\,\frac{h}{R}\,T_0$ (ove T_h e T_0 sono le forze totali all'altezza h ed al livello del mare, e R è il raggio medio terrestre) poniamo $h = 1$, $R = 6371$, e $T_0 = 0{,}357$ che è il valor medio di T in Eritrea, otteniamo: $dT_h = -\,16\gamma{,}8$.

maggiore, anche di cinque volte tanto, al valore dedotto dalla teoria gaussiana.

6. — Data la ristrettezza dell'area magneticamente esplorata e dato il piccolo numero delle stazioni della carta Eritrea, non mi è stato possibile di spingermi ulteriormente su questa interessante via di ricerche, indagando, per esempio, se le forze magnetiche esterne, di cui parlammo sopra, siano di quelle che ammettono un potenziale (come avverrebbe nel caso di correnti elettriche che percorressero l'atmosfera parallelamente alla superficie del geoide), ovvero se parte di esse forze non abbiano potenziale (tali sono le correnti elettriche verticali nell'atmosfera che, dirette o dal basso all'alto, o dall'alto al basso, defluiscono perpendicolarmente alla superficie terrestre). Come criterio per stabilire se si verifichi o l'uno o l'altro caso, serve l'integrale che si ottiene quando lungo una curva qualsiasi, chiusa, sulla superficie della Terra, si moltiplica ciascun elemento della curva per la componente della forza magnetica che agisce nella direzione dell'elemento stesso, e si sommano i prodotti così calcolati sopra l'intera curva. Se questo sommatorio od integrale (o, come si potrebbe dire, il valor medio della forza magnetica lungo la curva) si annulla, allora non vi sono correnti che attraversino in direzione verticale l'area chiusa dalla curva; se invece l'integrale risulta diverso da zero, allora le dette correnti verticali esistono. Si comprende che, come curva o poligono chiuso pel calcolo dell'integrale, conviene scegliere il contorno del trapezio sferico compreso fra due meridiani e due paralleli; così, lungo i meridiani non si hanno da considerare che i valori della componente X della forza magnetica, e lungo i paralleli i valori della componente Y. Tale metodo fu già applicato in parecchi casi, e, tra gli altri, dal Liznar al rilevamento magnetico dell'Austria-Ungheria (*Meteorologische Zeitschrift*, 1898, pag. 175); ma il Trabert giustamente osserva (ibidem, pag. 403) che mettendo in calcolo simili porzioni, relativamente piccole, della superficie terrestre, non riesce definitiva e sicura alcuna conclusione sull'esistenza, o meno, delle correnti verticali. A più forte ragione, non era da attendersi successo intraprendendo siffatte laboriose computazioni per il trapezio della nostra carta limitata alla media Eritrea.

Chimica-fisiologica. — *Introduzione del nucleo guanidinico nella molecola dei polipeptidi e sua importanza fisiologica.* Nota del dott. ANTONINO CLEMENTI (1), presentata dal Socio L. LUCIANI.

Schultze e Winterstein (2), ottenendo per sintesi l'arginina dalla cianamide e dall'ornitina, ne misero in evidenza la formula di struttura e dimodimostrarono che parte integrante della molecola di questo diamino acido (che insieme con la lisina e con l'istidina forma il gruppo delle cosidette basi esoniche di Kossel) è il nucleo guanidinico: l'arginina è infatti acido α-amino-δ-guanido-valerianico, ed ha questa costituzione:



Le classiche ricerche di A. Kossel e della sua scuola dimostravano, frattanto, che l'arginina è la più importante e la più costante pietra strutturale dell'edificio molecolare dei corpi proteici; e che anzi esiste una classe di proteine ben individualizzate, da Kossel denominate protamine, la cui molecola risulta costituita in modo preponderante da diaminoacidi e più specialmente da arginina.

L'importanza fisiologica del nucleo guanidinico come costituente della molecola proteica, che risulta dalle ricerche suaccennate, è diventata ancora più grande dopo la scoperta, fatta da Kossel e Dakin (3), dell'esistenza, nell'organismo e specialmente nel fegato, di un fermento imidolitico, l'arginasi,

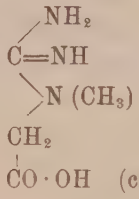
(1) Ricerche eseguite nell'Istituto di fisiologia dell'Università di Heidelberg, diretto dal prof. Albrecht Kossel.

(2) Schultze und Winterstein, *Ueber die bildung von Ornithin bei der Spaltung des Arginins und über die Konstitution dieser beide basen* (Zeitschr. f. Physiol. Chem., Bd. 26, s. 1, an. 1898; Bd. 34, s. 128, an. 1901).

(3) Kossel und Dakin, *Ueber die Arginase* (Zeitschr. f. Physiol. Chemie., Bd. 41, s. 324, an. 1904): id., *Weitere Untersuchungen über Harnstoff bildung*, Bd. 42, s. 181, an. 1904.

capace di idrolizzare la molecola dell'arginina, staccarne il nucleo guanidinico e trasformarlo in urea e dopo che è stato dimostrato dalla ricerca sistematica dell'arginasi nell'organismo della serie dei vertebrati, che nel fegato degli uccelli e della maggioranza dei rettili, presso cui l'acido urico occupa nel catabolismo il posto dell' urea, l'arginasi è assente, mentre è presente nel fegato dei mammiferi, degli anfibii e dei pesci (Clementi) (1).

L'importanza fisiologica del nucleo guanidinico risulta anche dal fatto che esso prende parte alla costituzione della molecola di uno dei costituenti azotati dell'urina più importanti, dopo l'urea e l'acido urico, cioè della creatinina e della creatina che, come è noto, è acido metilguanidoacetico



(creatina)

Quando d'altra parte si pensi al posto che negli ultimi anni occupano i polipeptidi nell'indagine della costituzione e del metabolismo dei proteici, risulterà evidente l'interesse fisiologico che presenta il problema della preparazione e dello studio biologico di polipeptidi portanti legato alla loro catena il nucleo guanidinico. La risoluzione di tale problema non è stata ritentata, dopo che fallirono i tentativi fatti da E. Fischer (2) diretti a fare la sintesi del dipeptide arginilarginina, che è il guanidopolipeptide che esisterebbe, secondo gli studî di A Kossel (3), allo stato naturale nella molecola delle protamine.

Io mi sono proposto di tentare per ora la sintesi di guanidopolipeptidi più semplici seguendo un procedimento diverso da quello di E. Fischer, cioè unendo direttamente il nucleo guanidinico con la molecola di polipeptidi della glicocolla.

Le prime ricerche in tal senso compiute con la glicilglicina, mi hanno dato risultato positivo. Infatti, facendo reagire cianamide e glicilglicina in quantità proporzionali ai loro pesi molecolari, ho ottenuto un nuovo corpo che cristallizza in bellissimi aghi, insolubili in alcool ed etere, poco solubili in acqua fredda, che a 218°-220° imbruniscono, a 235° circa si scompongono

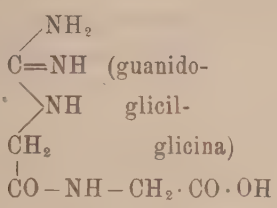
(1) A. Clementi, *Ueber die Verbreitung der Arginase im Tierwelt.* IXème Congrès international des fisiologistes de Groninge, 2-6 septembre 1913.

(2) E. Fischer, *Untersuchungen über Aminosauren, Polipeptide und Proteine*, Berlin 1906.

(3) Kossel A., *Sitzungsber. d. Hielelberger Akad. d. Wissenschaft.* Math.-Naturw. Klasse, Ath. 1913.

dopo annerimento, e alla analisi elementare dimostrano possedere la formula grezza $C_5\ H_{10}\ O_3\ N_4$.

Tale formula grezza corrisponde a quella della guanidoglicilglicina, a cui, dato il meccanismo per cui se ne è ottenuta la sintesi, spetta la seguente formula di costituzione:



La guanidoglicilglina (glicociamilglicina) è il più semplice e il primo rappresentante, di tutta una nuova classe di polipeptidi, la cui sintesi e il cui studio biologico mi riserbo di condurre a termine.

Chimica. — *Sul metabolismo degli aminoacidi nell'organismo.* Nota I: *Azione del tessuto muscolare sugli aminoacidi aggiunti al sangue circolante*, del dott. Ugo Lombroso, presentata dal Socio L. Luciani.

Dopo che le nostre conoscenze sulla digestione delle sostanze proteiche sono venute, per opera particolarmente di Conheim ed Abderalden, a modificarsi così profondamente, è entrato nella convinzione della maggioranza degli studiosi il concetto che le sostanze proteiche vengano idrolizzate completamente sino allo stato di aminoacidi nel tubo digerente. Si sono quindi formulate varie ipotesi, tuttavia in discussione, rispetto al destino che tali aminoacidi avrebbero nel ricambio intermedio e finale delle sostanze azotate. Principalmente si dibattono le seguenti ipotesi: se avvenga cioè una ricostruzione della complessa sostanza proteica negli epitelii intestinali (similmente a quanto avviene nella digestione dei grassi), ovvero se gli aminoacidi penetrino in circolo serbando poi le loro ulteriori modificazioni (ricostituzione nelle albumine specifiche di ogni singolo organo, oppure combustione definitiva) in seno agli elementi dei varii tessuti dell'organismo.

Non entro in maggiori dettagli rispetto a questa ipotesi, tanto più che io non sottoscrivo, per ragioni che spiegherò in prossime pubblicazioni, al concetto fondamentale dell'idrolisi così completa delle sostanze proteiche, prima del loro assorbimento.

Ma ho voluto farne cenno, in quanto quest'ultima ipotesi è il punto di partenza di alcune ricerche che voglio ora menzionare, ricerche che furono dirette a risolvere il seguente problema:

Ammesso che, per via sanguigna, aminoacidi giungano a contatto di diversi tessuti, quale sarà il loro comportamento?

Per rispondere a questa domanda, apparentemente così semplice, già si richiede una complicata serie di esperienze e ricerche, la più elementare delle quali si rivolge alla seguente indagine: come si modifica il contenuto in aminoacidi di una determinata quantità di sangue circolante in un determinato organo?

A questo problema, assai interessante, pochi contributi furono portati: e buona parte soltanto indirettamente.

Nella numerosa serie di lavori eseguiti da Embden [1] e dai suoi collaboratori, facendo circolare nel fegato varie sostanze, e fra queste molti aminoacidi, indirettamente venne sfiorato tale problema. Infatti Embden dimostrò che, condizionatamente alla presenza di aminoacidi nel sangue usato per la circolazione artificiale del fegato, avvertivasi la produzione di acetone, acido lattico, ecc. Egli però non si preoccupò di determinare direttamente la diminuzione od eventuale scomparsa degli aminoacidi.

Altre notizie più dirette si possono trarre dalle interessanti comunicazioni del v. Slyke [2] e collaboratori. Questi studiosi, in una diligente serie di ricerche, verificarono il comportamento dei varii tessuti a varie distanze di tempo dopo iniezioni di soluzioni concentrate di aminoacidi o mescolanze di essi.

Da queste ricerche risultò che, più o meno, tutti i tessuti aumentano in tali condizioni il loro contenuto di aminoacidi, ed in modo particolare il fegato. Inoltre in queste esperienze constatarono che non soltanto il fegato è capace di raddoppiare e più il suo contenuto di aminoacidi, ma è anche quello che se ne libera più rapidamente di tutti gli altri organi.

Siccome quest'ultimo fenomeno è accompagnato da aumento di urea nel sangue, essi ritengono probabile che la scomparsa degli aminoacidi si debba alla loro ossidazione.

Negli altri organi gli aminoacidi assorbiti spariscono meno rapidamente; ed i muscoli che con minore quantità di aminoacidi raggiungono il punto di saturazione, se ne liberano più lentamente.

La sparizione degli aminoacidi in tutti gli organi avverrebbe, secondo v. Slyke, per opera del fegato, il quale, distruggendo rapidamente gli aminoacidi assorbiti, li sottrae continuamente alla circolazione e quindi ai tessuti che, non essendo capaci di utilizzarli, li riversano in circolo.

(1) Zeitschrift f. die gesammte Biochemie, VIII, Heft 3/4 1906.
(2) Journ. of. Biolog. Chem., XII, 399, 1913.

Quando la penetrazione degli aminoacidi in circolo è troppo rapida, il rene (che, come il fegato, è capace di assorbire la maggior copia di aminoacidi, ma da esso se ne differenzia perchè non atto a distruggerli) aiuta l'organismo a liberarsene, eliminandoli immutati.

Contrarii all'ipotesi di v. Slyke, della elettiva azione epatica nella disanimazione, sono Rattevos e Nelson (1), i quali ritengono che tale proprietà sia comune a tutti i tessuti viventi. Per dimostrare questa tesi, gli autori citati praticarono iniezioni di miscugli di aminoacidi in animali ai quali avevano esportato tutto il fegato, salvo quel piccolo pezzo che circonda la cava; e videro aumentare l'azoto ammoniacale nelle orine, segno che la decomposizione era avvenuta. Però gli stessi autori dovettero riconoscere che le loro esperienze non erano conclusive, perchè si verificava anche un aumento nella eliminazione dell'urea tale da dimostrare non essere annullata l'azione del fegato.

Tutte le ricerche di cui abbiam fatto cenno, e particolarmente quelle dirette da v. Slyke, se hanno portato preziosi contributi alla conoscenza del metabolismo degli aminoacidi, lasciano però insoluto il quesito se e quanto i varii tessuti siano di per sè capaci di utilizzare gli aminoacidi circolanti nel sangue. E ciò perchè, essendo stati eseguiti nell'organismo *in toto*, nel quale viene mantenuta fra i diversi organi la possibilità di scambiarsi le varie sostanze nel sangue circolante, riesce impossibile di distinguere esattamente l'azione che si deve attribuire ai singoli organi in riguardo al metabolismo generale.

Indagini che sfuggirebbero a questa obiezione furono eseguite da due ricercatori il Buglia (2) e il Lanzillotti (3).

Il Buglia sottopose all'esperimento una affermazione formulata in via di ipotesi dal Lussana, che avendo più volte fatto ricerche sul cuore isolato nutrito con liquidi a cui erano stati aggiunti aminoacidi, sosteneva che detti aminoacidi non erano ulteriormente metabolizzati.

Risultò, da tali ricerche del Buglia (eseguite facendo circolare in cuore isolato di coniglio una soluzione fisiologica cui erano stati aggiunti diversi aminoacidi) che, anche prolungando per molte ore l'esperimento, non si verifica mai una diminuzione di aminoacidi. Al contrario, in qualche caso si ha anche un aumento di aminoacidi, dovuto al riversarsi, nel liquido circolante, degli aminoacidi proprii del tessuto muscolare.

Un risultato invece completamente positivo avrebbe avuto il Lanzillotti, esperimentando col rene di cane. In queste indagini, nelle quali l'autore, come il Buglia, per liquido circolante aveva usato soluzione fisiologica

(1) Journal of Biol. Chemistry, XIX, 229, 1914.
(2) Arch. di farmacol. sperimen. e scienze affini, XVII, 277, 1914.
(3) Archivio di fisiologia, XII, 429, 1915.

del Ringer, si era verificata una diminuzione di aminoacidi che raggiunse perfino il 20 %.

***

Volendo contribuire a tale complesso problema, io ho iniziato, in collaborazione anche di C. Artom, una serie di ricerche sistematiche sul comportamento dei varii tessuti in rapporto agli aminoacidi in essi circolanti.

In questa Nota riferisco le indagini eseguite esperimentando con tessuto muscolare. Io mi sono anzitutto proposto di rispondere a queste domande:

1) facendo circolare sangue unito a vari aminoacidi per il tessuto muscolare, quali variazioni si riscontrano nel suo contenuto di aminoacidi dopo un determinato periodo di circolazione?

2) e quale modificazione subisce il contenuto in aminoacidi del testessuto muscolare?

3) a una eventuale diminuzione degli aminoacidi nel sangue, corrisponde la presenza di sostanze (NH_3, acetone) che indichino la loro combustione?

4) infine (dopo il risultato ottenuto nelle prime ricerche) ho esteso anche al tessuto muscolare la determinazione dell'NH_3.

Tutte queste varie ricerche apparivano ugualmente necessarie in quanto l'una coll'altra si completava ed integrava. Infatti, una diminuzione degli aminoacidi del sangue non ci dimostra di per sè sola una utilizzazione di essi, potendosi giustificare con un corrispondente loro aumento nel tessuto muscolare. E, d'altra parte, soltanto la dimostrazione diretta dei prodotti della loro ulteriore combustione può assicurarci che effettivamente di ossidazione si tratti e non di una sintesi di tali aminoacidi.

***

Per eseguire le presenti ricerche, dissanguavo rapidamente l'animale di esperimento, e, liberato della cute un arto posteriore, lo ponevo nell'apparecchio per la circolazione Lind, che facevo funzionare usando il sangue defibrinato dell'animale stesso. Per ragione di praticità, non veniva l'apparecchio smontato dopo ogni esperienza, ma lavato *in toto* col passaggio di liquido di Ringer, piccola parte del quale rimane aderente alle palline di vetro dell'ossigenatore, ed al serpentino. Per ciò, per avere un esatto confronto fra le sostanze titolabili al formolo, prima e dopo la circolazione del muscolo, facevo circolare a vuoto, nell'apparecchio, il sangue a cui avevo aggiunto gli aminoacidi in modo che si mescolasse col liquido di Ringer rimasto: prelevavo un campione, e subito dopo procedevo all'innesto nell'arteria femorale.

Il dosaggio degli aminoacidi del sangue si eseguiva dopo aver trattato il sangue e gli estratti idroalcoolici del tessuto con ferro colloidale, previa

estrazione dell'NH_3 col metodo del Sörensen. Ricerche di controllo mi dimostrarono che la precipitazione col ferro colloidale non disturba sensibilmente il dosaggio degli aminoacidi se questi sono disciolti in acqua. Invece una certa diminuzione si avverte quando gli aminoacidi sono sciolti nel sangue. Perciò i dati raccolti nelle osservazioni che riferisco hanno valore più comparativo che assoluto, ed io riporto semplicemente i cc. Na OH $^1/_{10}$ *n* adoperati per la formoltitolazione.

I.

Cane maschio kg. 7,300. — L'arto posteriore pesa 560 gr. (di cui, 140 rappresentano tessuto osseo). Si inizia la circolazione con 420 cc. sangue + 4 gr. glicocolla sciolti in 80 cc. liquido di Ringer. La pressione vien tenuta fra 150-180 mm. mercurio. Dopo 3 ore di circolazione, l'arto pesa gr. 555.

Per 10 cc. sangue la formoltitolazione richiede	9,1 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*
» » dopo circolaz. la formoltitolazione richiede	7,0 » »
Per 50 gr. muscolo la formoltitolazione richiede	5,2 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*
» » dopo circolaz. la formoltitolazione richiede	12,2 » »
NH_3 per 100 cc. sangue.	2,8 H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
» » » dopo circolazione	19,6 H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
NH_3 per 50 gr. muscolo.	22,4 H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
» » » dopo circolazione	14,8 H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*

Complessivamente sono mancanti nel liquido circolato tante sostanze titolabili col formolo, da richiedere 105,0 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*. Se ne trovano in più nel muscolo tante da richiedere 81 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*. Il *deficit* assoluto corrisponde quindi a 24 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*.

II.

Cane maschio kg. 5. — L'arto posteriore pesa 380 gr. (dei quali, 94 rappresentano tessuto osseo). Si inizia la circolazione con 360 cc. sangue + 4 gr. glicocolla sciolti in 140 cc. liquido di Ringer. La pressione vien tenuta fra 140-180 mm. mercurio. Dopo 2 ore di circolazione, l'arto pesa 420 gr.

Per 15 cc. sangue la formoltitolazione richiede . . .	14,2 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*
» » dopo circolaz. la formoltitolazione richiede	11,2 » »
NH_3 per 100 cc. sangue.	3,6 cc. H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
» » » dopo circolazione	12,9 cc. H_2SO_4 $^1/_{15}$ *n*
Per 50 gr. muscolo la formoltitolazione richiede . . .	19,5 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*
» dopo circolaz. la formoltitolazione richiede	20,4 » »
NH_3 per 50 gr. muscolo	13 cc. H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
» » » dopo circolazione.	16,2 » »

Complessivamente sono mancanti nel liquido circolato tante sostanze titolabili col formolo, da richiedere 99,9 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*. Se ne trovano in più nel muscolo tanti da richiedere 61,3 cc. Na OH $^1/_{10}$. Il *deficit* assoluto corrisponde quindi a 38,6 cc. Na OH.

III.

Cane maschio kg. 5,5. — L'arto posteriore pesa 390 gr. (di cui. 100 rappresentano tessuto osseo). Sangue, diluito con Ringer, cc. 520 + 4 gr. di α alanina. La pressione vien tenuta fra 150-200 mm. mercurio. Dopo 1,45 ore, l'arto pesa 450 gr.

Per 15 cc. sangue la formoltitolazione richiede . . . 6 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*
» » dopo circolaz. la formoltitolazione richiede 5.5 » »
Per 50 gr. muscolo normale la formoltitol. richiede . . 15,5 cc. Na OH $^1/_{15}$ *n*
» » dopo circolaz. la formoltitolazione richiede 17,0 » »
NH_3 su 100 cc. sangue . . . . . perduto
» » » circolato. . . . . 8 cc. H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
NH_3 per 50 gr. muscolo . . . . . 22 cc. H_2SO_4 $^1/_{50}$ *n*
» » » dopo circolazione. . . . . 18 » »

Complessivamente sono mancanti nel liquido circolante tante sostanze titolabili col formolo, da richiedere 39,3 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*. Se ne trovarono in più nel muscolo tante da richiedere 29,1 cc. Na OH $^1/_{10}$ *n*. Il *deficit* assoluto corrisponde quindi a 10.2 cc Na OH $^1/_{10}$ *n*.

Dalle presenti ricerche risulta che:

Facendo circolare, nel muscolo di cane, sangue contenente in forte dose (sino all'1 %) aminoacidi, si avverte sempre una diminuzione degli aminoacidi dopo la circolazione. Di questi aminoacidi, una parte, la maggiore, si ritrova depositata immutata nel tessuto; della rimanente, una parte vien bruciata (come dimostra l'aumento dell'NH_3), e un'altra deve venir utilizzata a formare corpi non titolabili col formolo.

Sul significato e sulle deduzioni che da questi risultati si possono trarre, esporrò nella Nota che segue, allo scopo di poter fare gli opportuni raffronti coi risultati ottenuti usando, quale liquido circolante, la soluzione di Ringer, in luogo del sangue.

Chimica. — *Nuove ricerche intorno all'azione dei nitrosoderivati sui composti non saturi* (1). Nota del dott. Luigi Alessandri, presentata dal Socio A. Angeli.

Lo studio intorno all'azione del nitrosobenzolo sui composti non saturi fu iniziato nel 1910 da A. Angeli, L. Alessandri e R. Pegna (2); e per i composti aromatici a catena laterale allilica, più precisamente per il safrolo, venne allora dimostrato come il prodotto cristallino, principale, della reazione, possiede la struttura seguente:

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH{=}CH.CH{=}\underset{\underset{O}{\|}}{N}.C_6H_5,$$

cioè di etere N-fenilico della ossima

$$(CH_2O_2).C_6H_3.CH{=}CH.CH{=}NOH$$

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica farmaceutica del R. Istituto di studî superiori di Firenze.

(2) Questi Rendiconti, vol. XIX, 1° sem., pag. 650.

alla quale infatti si pervenne per azione dell'idrossilammina sul composto primitivo. Da tale ossima si passò poi facilmente alla aldeide

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . CH=CH . CHO$$

identica alla piperonalacroleina già conosciuta; e da questa infine, per condensazione con fenilidrossilammina, si potè riottenere un prodotto identico a quello formatosi per l'azione diretta del nitrosobenzolo sul safrolo.

Per quel che riguarda il meccanismo di questa reazione, si ritenne come più probabile che, reagendo dapprima il nitrosobenzolo nella sua forma bimolecolare sul safrolo, dia origine ad un composto intermedio di addizione, della forma

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . CH_2—\underset{\displaystyle C_6H_5 . N . OH}{\overset{\displaystyle |}{\underset{\displaystyle |}{CH}}} . \underset{\displaystyle O}{\overset{\displaystyle \|}{CH=N}} . C_6H_5 .$$

e da questo, in una fase successiva, si arrivi al prodotto finale sopraindicato, per eliminazione di una molecola di fenilidrossilammina. Quest'ultima poi, reagendo col nitrosobenzolo presente, formerebbe l'azossibenzolo, del quale infatti si ottengono insieme notevoli quantità.

Continuando fino da allora lo studio di questa reazione, ho potuto confermare la verisimiglianza di tale supposizione, poichè accertai che il rendimento in prodotto greggio, che è del 20 % circa quando si uniscono pesi equimolecolari di safrolo e di nitrosobenzolo, sale al 40 % circa quando si fa reagire una molecola del composto allilico con tre molecole di nitrosobenzolo.

In seguito a questo resultato e dovendo anche tener conto che alcune delle sostanze impiegate sono difficilmente accessibili, nelle esperienze ulteriori, che feci per verificare la generalità della reazione ed estenderla ad altri composti non saturi, ho impiegato tre molecole del nitroso-composto per una delle sostanze in esame.

Ho fatto reagire il nitrosobenzolo in tali proporzioni con l'estragolo [1], la miristicina [2] ed il metileugenolo: ed ho ottenuto tre bei prodotti gialli, rispettivamente col p. f. 165°, 180° e 154°, i quali han senza dubbio la struttura analoga a quella del derivato safrolico, sia per i resultati analitici, sia per le proprietà.

[1] Un campione di questo prodotto mi fu gentilmente regalato dal prof. E. Rimini, cui porgo sentiti ringraziamenti.

[2] Una notevole quantità di essa mi venne regalata dalla Casa Schimmel, che ringrazio qui pubblicamente.

Accenno qui che anche essi, come quello, per azione della luce solare si decompongono assai rapidamente (1).

In modo non del tutto analogo procede l'azione del nitrosobenzolo sopra l'apiolo del prezzemolo. Infatti, in alcune esperienze preliminari eseguite con esso, ottenni una sostanza col p. f. 137° circa e che ha qualche rassomiglianza con i prodotti preparati dagli altri composti allilici: è colorata ad esempio in giallo, ed è poco stabile al permanganato potassico (reazione di Baeyer); ma non contiene azoto.

La scarsezza del rendimento e di prodotto abbastanza puro, che consumai in parte per la determinazione dell'azoto, per ora mi ha permesso di stabilire soltanto che esso reagisce con la idrossilammina, fornendo un derivato p. f. 172°, che all'analisi ha mostrato di avere una percentuale di azoto corrispondente alla formula $C_{12}H_{13}NO_5$.

Per quanto riguarda la struttura del composto giallo p. f. 137°, soltanto analisi e ricerche ulteriori potranno determinarla con tutta sicurezza: mi sembra però che i resultati sopra esposti rendano già assai verisimile la ipotesi, che il prodotto in questione sia da identificarsi con l'aldeide, che potrà chiamarsi apiolacroleina:

$$\left.\begin{matrix}(CH_3O)_2\\(CH_2O_2)\end{matrix}\right\rangle C_6H \cdot CH{=}CH \cdot CHO ,$$

l'ossima della quale ha in realtà il contenuto di azoto trovato pel composto p. f. 172°

In appoggio a tale ipotesi sta pure il fatto che anche l'acido corrispondente a questa aldeide, e che permetterà forse di identificarla,

$$\left.\begin{matrix}(CH_3O)_2\\(CH_2O_2)\end{matrix}\right\rangle C_6H \cdot CH{=}CH \cdot COOH ,$$

possiede, secondo Ciamician e Silber (2), una colorazione gialla.

(1) A questo proposito posso ora far rilevare, in primo luogo, come dalle osservazioni già pubblicate e da altre fatte da me in seguito, risulti che il carattere dell'instabilità alla luce è veramente generale per gli eteri N-alchilici non solo delle aldossime, ma anche delle chetossime [cfr. questi Rendiconti, vol. XIX (1910), 1° sem., pag. 651; ibidem, vol. XIX, 2° sem., pag. 122 e seguenti; ibidem, vol. XXIII (1914), 2° sem., pag. 132 e pag. 135]; in secondo luogo, che dal confronto delle strutture di alcune di tali sostanze, tipiche, riducibili ai due schemi $R{-}N{=}C{<}\begin{matrix}H\\R'\\\|\\O\end{matrix}$ e $R{-}N{=}C{<}\begin{matrix}R'\\R''\\\|\\O\end{matrix}$ (dove R, R', R'' rappresentano i diversi radicali alifatici ed aromatici presi in esame) l'instabilità alla luce, constatata in esse, si delinea già come propria del gruppo $-N{=}C{<}\begin{matrix}\\\\\|\\O\end{matrix}$.

(2) Berliner Berichte, *22*, pag. 2485.

La formazione di una tale aldeide acquista anche maggior verisimiglianza per il fatto che assieme ad essa ho isolato, fra i prodotti della reazione, anche un composto incoloro, p. f. 100° circa, che si può estrarre anche con bisolfito sodico e che con ogni probabilità sarà identificato per aldeide apiolica.

Ma la più convincente conferma della giustezza di queste ipotesi dovevo trovarla nelle esperienze eseguite col nitrosobenzolo sopra alcuni dei derivati aromatici a catena laterale propenilica, alle quali preludevano i saggi, fatti fino dal 1910, con l'isosafrolo e l'anetolo. Però, a differenza di quanto verificammo allora per quei derivati (che cioè non davano origine a prodotti cristallini e quindi facilmente caratterizzabili), trovai che dall'asarone, per azione del nitrosobenzolo, si perviene con tutta facilità e discreto rendimento ad un prodotto cristallino, giallo-chiaro, assai somigliante a quelli ottenuti dai derivati allilici, sia per le proprietà fisiche, sia per l'instabilità alla luce: con permanganato potassico anch'esso svolge nitrosobenzolo.

Potei presto accorgermi che in alcuni casi esso si separa anche in cristalli contenenti solvente, di forma e p. f. poco netto e diversi fra loro, in modo da far credere dapprima ad una mescolanza di prodotti: ma infine accertai che effettivamente si trattava di un'unica sostanza che, pura e secca, fonde a 125°. Sottoposta in questo stato alle determinazioni di carbonio, idrogeno ed azoto, dette numeri che conducono alla formula $C_{16}H_{17}NO_4$.

Allo scopo di definirne la struttura, prima ancora di determinare il suo peso molecolare, applicai il procedimento, già impiegato per il composto ottenuto dal safrolo, cui ho accennato da principio. Il derivato asaronico venne cioè fatto reagire con idrossilammina, e dette origine ad un prodotto incoloro, col p. f. 137°, molto vicino al p. f. 138°.3 assegnato all'asarilaldossima ([1]), della quale all'analisi dimostrò aver la composizione. D'altra parte, il derivato asaronico primitivo, per idrolisi con acido diluito, condusse ad un prodotto che fuse a 112°-113° e che possiede anche tutti gli altri caratteri dell'aldeide asarilica: quest'ultima infine, fatta reagire con fenilidrossilammina, riprodusse una sostanza identica a quella ottenuta direttamente dall'asarone col nitrosobenzolo.

Rimane così dimostrato senz'altro, che al derivato asaronico giallo p. f. 125° spetta la struttura di etere N-fenilico dell'asarilaldossima:

$$(CH_3O)_2 . C_6H_2 . CH{=}N . C_6H_5$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \| \qquad ,$$
$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad O$$

come indicavano già i resultati analitici.

Fra i prodotti secondarî della reazione ho riscontrato anche dell'aldeide asarilica, oltre a notevoli quantità di azossibenzolo.

([1]) Fabinyi, Zeitschrift für phys. Chemie, XII, pag. 578.

Una reazione analoga riscontrò già nel 1893 Fabinyi (1) fra l'asarone stesso e l'acido nitroso che egli faceva svolgere fra nitrito alchilico ed acido cloridrico. Il prodotto finale della reazione, a seconda delle condizioni nelle quali egli operava, era il cloridrato dell'asarilaldossima o l'asarilaldeide libera: in questo ultimo caso si sviluppava una gran quantità di gas, certamente protossido di azoto (N_2O), che corrisponde all'azossibenzolo, da me trovato fra i prodotti secondarî, nello stesso modo come nell'altro caso l'asarilaldossima corrisponde all'etere N-fenilico dell'ossima medesima, da me ottenuto. Anzi è da ritenere che, ponendo a reagire tutto insieme l'eccesso di nitrosobenzolo con i derivati allilici o propenilici (ambedue i casi infatti si riducono al medesimo, poichè abbiam visto che nella reazione la catena allilica si trasforma anche essa in propenilica), avvengano diverse di tali reazioni secondarie, specialmente quando i prodotti, perchè sono solubili, non si sottraggono agli altri reagenti.

È probabilmente per questa ragione che, facendo reagire il nitrosobenzolo sull'isosafrolo, non ho potuto finora isolare il composto che dovrebbe formarsi, analogamente a quanto avviene per l'asarone: cioè l'etere N-fenilico del piperonalio, già conosciuto. Anche in questo caso avviene bensì lo spezzamento della catena laterale, giacchè mediante idrossilammina ho potuto isolare dall'olio rosso-bruno, che si forma, alquanta piperonalossima; ma oltre ad una porzione di isosafrolo inalterato (2), che passa dapprima distillando in corrente di vapore, vi sono, nell'olio meno volatile, azossibenzolo ed anche una sostanza che per ebollizione con acido diluito dà anilina.

Da tutto ciò si comprende che la reazione può complicarsi assai, dando origine a numerosi e svariati prodotti, alcuni dei quali di ossidazione.

Tali complicazioni, senza dubbio, sono la causa dei resultati ancora non abbastanza netti e costanti, ottenuti per ora nelle ricerche preliminari intorno all'azione del nitrosobenzolo sulla gomma elastica, iniziate parecchi anni addietro dal prof. Angeli.

Per le considerazioni sul probabile andamento della reazione, svolte in principio, ho cominciato a studiare il prodotto, che si ottiene unendo ad un peso molecolare di gomma elastica, calcolato in base alla formula semplice $C_{10}H_{16}$, sei pesi molecolari di nitrosobenzolo.

Mescolando quest'ultimo, ben polverizzato, alla gomma elastica, fatta rigonfiare in un volume non grande di benzolo, esso si sciolse dapprima col caratteristico color verde-smeraldo e con notevole raffreddamento. Il color del miscuglio passò poi successivamente al verde-bottiglia, al verde-bruno, al rosso-bruno: infine, in quelle condizioni di concentrazione, una parte del nuovo prodotto colorato in giallo-rosso rimase indisciolta come massa gelatinosa.

(1) Zeitschrift für phys. Chemie, XII, pag. 578.

(2) L'ho identificato trasformandolo nella caratteristica anidride del nitrosito (cfr. Angeli, Gazzetta chim. italiana, anno 1892, II, pag. 336).

Il liquido pure giallo-rosso, separato per decantazione e diluito con eccesso di ligroina, dette dei fiocchetti amorfi di color giallo-ocra: la parte indisciolta, ripresa pure con ligroina, si trasformò in una massa friabile, che dette una polvere amorfa, di colore e di aspetto molto somigliante alla precedente.

Ambedue le porzioni di prodotto si sciolgono abbastanza bene in cloroformio, un po' meno in benzolo, pochissimo in solfuro di carbonio, ligroina ed etere solforico; sono insolubili in acqua; riscaldate in tubetto per p. f., si rammolliscono fra 135° e 140°, decomponendosi poi con vivace sviluppo gassoso.

Due piccoli campioni delle due porzioni, lavati ripetutamente con solfuro di carbonio ed ogni volta lasciati a lungo con esso, allo scopo di eliminare il caucciù inalterato, vennero infine disciolti in cloroformio, riprecipitati con ligroina dalla soluzione filtrata, e ben seccati. All'analisi ambedue dettero numeri concordanti fra loro: e cioè C % 71.49 e 71.38, H % 6.46 e 6.44, ed N % 7.34 e 7.36; dimostrando che nella reazione aveva avuto origine un unico prodotto.

Il calcolo in base a questi numeri condurrebbe ad una formula $C_{58}H_{61}N_5O_9$, nella quale il numero di atomi di ossigeno è superiore a quello degli atomi di azoto: questa percentuale di ossigeno (15 % circa) crebbe fino al 19 % circa, bollendo a più riprese con etere solforico un poco del prodotto, già lavato col solfuro di carbonio (1).

Il prodotto greggio, precipitato successivamente due volte con ligroina dalla soluzione cloroformica, all'analisi fornì numeri alquanto diversi dai soprascritti, e più vicini a quelli calcolati per la condensazione di una molecola di gomma elastica con due molecole di nitrosobenzolo.

Anche questo prodotto dall'azione del nitrosobenzolo sulla gomma elastica con permanganato potassico svolge nitrosobenzolo e odore di isonitrile, ma non sembra molto sensibile all'azione della luce.

Per quanto questi primi resultati non appaiano fino da ora abbastanza significativi, ci riserbiamo di studiare sia i diversi prodotti che si ottengono variando le proporzioni dei composti reagenti, sia l'azione del nitrosobenzolo sulle diverse qualità di gomma elastica e sulla guttaperca, e di accertare se la reazione sia applicabile per la demolizione delle molecole della gomma elastica e la determinazione della sua struttura, nonchè per l'esame qualitativo e quantitativo in genere di questi interessanti prodotti naturali.

Pubblicherò prossimamente nella Gazzetta chimica italiana la descrizione particolareggiata delle esperienze, che si riferiscono alla presente Nota.

(1) Provai ciò, allo scopo di sciogliere i prodotti, che con nitrosobenzolo avessero formato le resine eventualmente presenti (cfr., in proposito, Harries, *Sopra il presente stato della chimica della gomma elastica.* Gummi Zeitung, XXIV, 1910).

Fisiologia. — *Azione dell'intestino sugli aminoacidi. — Azione del rene sugli aminoacidi.* Note del dott. C. Artom, presentate dal Socio L. Luciani.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Biologia vegetale. — *Sulla biologia fiorale del Pesco.* Nota preventiva di C. Campbell, presentata dal Socio R. Pirotta.

Si hanno nel pesco caratteristiche fiorali su cui, ch'io sappia, non si è fermata completamente l'attenzione dei botanici, mentre offrono il maggiore interesse, sia dal lato biologico e dal sistematico, sia da quello agrario.

Dal lato botanico non si ha che il cenno dato dal Darwin, sulla diversa grandezza dei fiori e sulla diversa colorazione dei petali, per quanto riguarda il fiore, perchè sul pesco, sulla sua origine e sulla sua affinità col pesco a buccia liscia, il Darwin, oltre numerose citazioni, fa le più interessanti considerazioni (1).

Gli agronomi che si sono occupati del Pesco, si sono limitati a distinguere i diversi aggruppamenti delle gemme fiorali, a cui fu dato per molto tempo un diverso valore di fronte alla produzione, diverso valore che viene negato oggigiorno.

Si hanno infatti nel pesco:

gemme fiorali isolate;

gemme fiorali abbinate, più raramente associate in numero maggiore;

gemme fiorali accoppiate a gemma da legno;

gemme fiorali abbinate, nel cui mezzo si trova una gemma da legno;

più raramente gruppi di gemme terminali — come nel mandorlo — accompagnate o meno da gemma da legno.

Si ritenne, un tempo, che le gemme fruttifere del pesco fossero esclusivamente quelle accompagnate da gemma da legno, e più precisamente quelle abbinate accompagnate da gemma legnosa, credenza che permane tuttora tra i pratici di qualche regione.

L'osservazione di frutticoltori, che gemme fruttifere isolate od abbinate, non accompagnate da gemma da legno, potevano dare egualmente ottima produzione, fece *a priori* negare la vecchia credenza.

(1) Ch. Darwin, *The variation of Animal and Plants under Domestication.* London, 2 vol. (1868).

A Rametti con fiori longipetali e gemma terminale da fiore.

B Rametti con fiore brevipetali e gemma terminale da legno.

Nell'uno e nell'altro caso vennero a mancare rigorose ricerche ed esperienze, tenendo conto principalmente della varietà e delle condizioni di ambiente.

Che la gemma da legno possa esercitare una benefica influenza, specie in terreni aridi, attirando la linfa bruta, niun dubbio, e per tale ragione sono più produttivi i rametti fruttiferi che terminano con gemma da legno anzichè da fiore; ma per dare un diverso valore od eguale a gemme accompagnate o meno da gemma legnosa, bisognava approfondire le superficiali osservazioni.

Anzitutto, nel pesco bisogna distinguere due forme fiorali ben differenziate morfologicamente e biologicamente, distinzione non ancora rilevata, a quanto io sappia.

In una forma i petali sono, come nel mandorlo, ben sviluppati e appariscenti, e la loro lunghezza supera quella degli stami.

Un'altra forma ha petali brevi, la cui lunghezza non supera quasi mai della metà quella degli stami.

Chiamerò, per distinguere le due forme, *longipetala* la prima, *brevipetala* la seconda.

Alle due forme corrisponde la ben nota divisione delle pesche in spiccaiole e duracine: e, precisamente, la forma longipetala è propria delle pesche spiccaiole; la brevipetala, delle duracine.

Biologicamente, le due forme restano ancora distinte, in quanto lo sviluppo del petalo ed il suo colorito, nelle spiccaiole, ha per effetto il richiamo dei pronubi e quindi la impollinazione e la fecondazione incrociata; nelle duracine brevipetali l'azione dei pronubi è nulla od accidentale. La prova di tale osservazione si ha dalle piante che si ottengono per seme dalle due forme, in quantochè, mentre nella forma brevipetala, con la semina, si ottengono piante che quasi nella totalità mantengono immutati i caratteri proprî, nella forma longipetala dalla semina si hanno piante che difficilmente riportano i caratteri della pianta madre.

Tale distinzione fa ancora cadere la ipotesi che il pesco non sia che un mandorlo modificato dalla coltura, in quanto che, se tale affermazione può sostenersi per la forma longipetala, non può reggersi per la brevipetala, così ben differenziata dal mandorlo.

È forse più logico di ritenere una ipotesi che sorge spontanea e che ricerche sperimentali potranno in seguito affermare o distruggere: e che cioè il pesco longipetalo sia un ibrido tra il mandorlo ed il pesco brevipetalo, dai coltivatori conservato e selezionato.

Tra la forma longipetala e quella brevipetala non è difficile di trovarne una intermedia, che, mentre ricorda nella struttura la brevipetala, ha petali più sviluppati, e la caratteristica, quasi sempre, del frutto duracino.

Anche il colorito dei petali, come già aveva osservato il Darwin, è nelle due forme ben distinto. Mentre nella forma longipetala il petalo tende ad avere un colorito più intenso verso il centro, per divenire più sbiadito, quasi bianco o leggermente roseo alla periferia, nella forma brevipetala il petalo ha un colorito più intenso nel suo contorno, carattere che tende a conservarsi nella forma intermedia.

Ibrida deve ancora considerarsi, quasi certamente, la pesca a buccia liscia, forse con l'albicocco.

Comunque sia, le due forme di pesco devono venire distintamente considerate, in quanto le differenze tra esse sono troppo sensibili perchè possano ragionevolmente rimanere unite, sia sistematicamente, sia, e più, dal lato biologico; e perchè ricerche in questo senso potranno chiarire la tanto discussa origine del pesco coltivato.

* * *

Nei fiori brevipetali, quanto meno in quelli delle piante e varietà che ho avuto agio di potere studiare, non si hanno sensibili differenze negli stami e nel pistillo delle diverse gemme fiorali, e nei fiori delle diverse varietà o piante. Gli stami di varia lunghezza hanno le antère che vengono a trovarsi in parte sopra ed in parte sotto lo stimma: forma biologica che si dimostra la più propria alla impollinazione autogama, cosa del resto dimostrata nel riprodursi, nelle piante da seme, dei caratteri delle piante madri. Non così uniformi sono invece i fiori longipetali, dove si notano differenze da pianta a pianta, da varietà a varietà, e nei fiori della stessa pianta, per cui uno studio accurato delle singole varietà sarebbe utilissimo anche dal lato pratico, in quanto si verrebbero a spiegare le cause della alternanza di produzione e la parziale infecondità, più o meno costante, di varietà o piante.

Interessante è la presenza di fiori staminiferi, in cui manca qualsiasi traccia di pistillo, ed a cui sembra corrispondere un maggiore numero di stami, con un maggiore, per quanto appena sensibile, sviluppo delle antere. Tali fiori non hanno nella pianta una speciale disposizione, per quanto tendano a mostrarsi verso l'estremità del rametto fruttifero, trovandosi isolati od accompagnati da fiore non staminifero.

Ho notato aggruppamenti di due gemme, in cui l'una era staminifera, e l'altra completa mediostila.

Variazioni si hanno ancora nella lunghezza dello stilo, ciò che fa avvicinare ancora più il pesco longipetalo al mandorlo, per quanto nelle piante domestiche coltivate non abbia potuto riscontrare quelle caratteristiche così ben definite che si hanno nel mandorlo, e che potranno aversi più palesi in piante inselvatichite.

Le gemme aggruppate non presentano sempre gli stessi caratteri. Qualche volta una delle gemme è staminifera; od ancora una a fiore longistilo, e l'altra a fiore brevistilo.

In generale però le notate variazioni non sono molto frequenti, e la forma fiorale più comune è la mediostila, così da potersi ritenere che rappresenti quella normale.

Anche nel polline si notano differenze che vanno rilevate.

Nei fiori brevipetali non si osservano differenze sensibili nella forma e germinabilità del polline, mentre differenze come nel mandorlo si hanno nei fiori longipetali. Come nel mandorlo, il polline, a forma più elittica, in soluzione di saccarosio al 10 % in goccia pendente, si gonfia ma emette difficilmente il tubetto pollinico, ed in proporzione sempre bassissima.

Un polline prepotente sembra invece aversi nei fiori staminiferi. Questo, infatti, nelle stesse condizioni, dopo due ore inizia l'emissione del tubetto pollinico; e dopo sei, l'85 % dei granuli pollincii è germinato, con un tubo pollinico che raggiunge una lunghezza circa 10 volte il diametro del granulo pollinico. Polline di fiori della stessa pianta, ma monoclini, germina, ma più lentamente — 6 ore circa — e l'accrescimento del tubo pollinico è proporzionatamente più lento.

Dette ricerche sono state fatte sui fiori di un'unica pianta e varietà, e mi propongo di estenderle in seguito.

Riesce, così, evidente come il valore del polline, anche in fiori di una medesima pianta, non sia eguale, per quanto sembri che differenze sensibili non esistano per fiori egualmente costituiti, o posti in aggruppamenti diversi sulla medesima pianta o sul medesimo ramo.

Le ricerche sul polline devono in ogni caso essere precedute e completate da quelle sul fiore, per stabilire la relativa importanza, in ogni varietà, di ogni singola forma del fiore, e per poterne definire il valore biologico.

Interessanti ricerche sul polline — e che mi propongo di continuare — sono quelle della influenza che sulla germinabilità possono esercitare la luce diffusa, l'oscurità, o un maggiore o minore grado di intensità luminosa, in quanto si potrà forse spiegare l'influenza del fattore luce sopra una più o meno facile impollinazione e quindi allegagione, e venire così a spiegare nel processo fecondativo l'influenza delle esterne condizioni.

I tessuti dell'ovario e dello stilo sono talora glabri, talora pubescenti; e tale caratteristica deve essere propria di determinate varietà, e il tenerla presente può essere di aiuto nell'identificare le varietà stesse. A tale proposito devo notare come le mie osservazioni non sieno state fatte sopra la pesca a buccia liscia, dove la caratteristica di ovario o stilo glabro deve essere costante.

***

Non mancano ancora nel pesco fiori anormali, su cui spero potere in seguito seguire l'andamento.

Nel pesco longipetalo ho trovato fiori con due ovarî distinti e separati, stilo e stimma ben conformati e di eguale lunghezza. In un fiore, tre ovarî nelle identiche condizioni, ma due laterali a stilo lungo e uno mediano a stilo breve.

Una anomalia più comune è quella di due stili che sembrano nascere da un unico ovario, mentre nascono da due ovarî più o meno congiunti tra loro, che dànno poi luogo a frutti gemelli, come gli ovarî, da cui hanno avuto origine, più o meno saldati tra loro. Una tale anomalia è abbastanza comune anche nel Pesco brevipetalo.

Fra i numerosissimi fiori osservati, uno solo ho trovato con l'aborto del pistillo.

Da tali cenni sommarî e preventivi, parmi risalti evidente l'importanza della premessa: Lo studio delle varietà coltivate, tenendole, distinte secondo la conformazione del fiore, in brevipetali e longipetali, considerando a parte le forme evidentemente ibride, sia per l'interesse sistematico-botanico ed agrario, sia per quello biologico.

Mineralogia. — *Lo zolfo dell'antimonite alterata di Selva presso Casal di Pari* (Grosseto) [1]. Nota di E. Quercigh, presentata dal Socio G. Struever.

Lo studio dei cristallini di zolfo originati dall'alterazione di solfuri metallici come la galena, la blenda, l'antimonite, ecc., si è dimostrato sempre particolarmente interessante per la ricchezza di forme che essi generalmente presentano; ed anche in Italia se n'ebbero begli esempî nello zolfo prodotto dall'alterazione della stibina delle Cetine di Cotorniano (Siena), nel quale il Pelloux [2] rinvenne 18 forme, e meglio in quello trovato, accanto ad anglesite, sulla galena blendosa di Malfidano presso Buggerru dal Millosevich [3], nel quale egli rinvenne ben 27 forme, delle quali tre nuove per lo zolfo.

Perciò mi parve utile lo studio di alcuni cristalli provenienti da un'altra località italiana, la miniera di Selva, presso Casal di Pari (Grosseto), ove lo zolfo trovasi come prodotto d'alterazione dell'antimonite, ed accettai con piacere alcuni campioncini che il prof. Zambonini a tale scopo mi offerse, e dei quali mi è grato ringraziarlo di nuovo sentitamente.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal prof. Ferruccio Zambonini.

(2) A. Pelloux, *Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia*. Rend. Acc. Lincei X (1901), II, 12.

(3) F. Millosevich, *Zolfo ed altri minerali della miniera di Malfidano presso Buggerru*. Rend. Acc. Lincei VII (1898), II, 250.

Lo zolfo, che ricopre spesso i cristalli di antimonite alterata di Selva, o si trova nelle cavità lasciate dai diversi gruppi di cristalli, come già ebbe ad osservare il De Angelis d'Ossat (1) al quale si deve un interessante descrizione del giacimento, si presenta generalmente in nitidi cristallini di color giallo citrino, abbastanza ricchi di facce; essi talvolta raggiungono, secondo il De Angelis d'Ossat, anche i tre mm. nella massima dimensione, mentre quelli da me visti non sorpassano mm. 1.5, ma, per la bellezza delle loro facce, si prestano molto bene alle misure.

In essi mi fu possibile identificare le seguenti forme:

a {100}; *b* {010}; *c* {001}
m {110}
ω {117}; *t* {115}; *o* {114}; *s* {113}; *y* {112}; *p* {111}; *γ* {331}
β {315}; *r* {311}
q {131}; *x* {133}; *z* {135}
n {011}; *v* {013}
e {101}; *u* {103}.

A queste venti forme va aggiunta, come incertamente determinata, la *ψ* {119}, riscontrata una sola volta, ma in condizioni sfavorevoli per avere una buona misura.

I cristalli esaminati presentano talvolta un aspetto globulare, ma più di frequente sono più o meno tabulari secondo la base: alcuni si riducono a tavolette abbastanza sottili.

Nei cristallini completamente misurati, le forme suddette si riscontrano sempre, ad eccezione di *ω* e di *z* che talvolta mancano; *ψ* fu osservata con una faccettina così sottile che la determinazione non può essere sicura.

Nella zona [001^110] le forme più sviluppate sono costantemente *p* {111}, *γ* {331} e *m* {110}; le altre hanno grandezza variabile. Notevole è il fatto che *t* {115} talvolta è grande quanto *p*; delle restanti forme: {100} è spesso abbastanza grande; {010} è ora molto sviluppata, ora, invece, piccolissima; {101} si presenta frequentemente grande; {103} è, al contrario, sempre pochissimo estesa; {011} è sempre piccolina, e {013} lo è ancora maggiormente. Costantemente con faccie grandicelle si presenta {311}; molto subordinata è invece {315}; caratteristico è il grande sviluppo che in tutti i cristalli ha {131}, mentre le altre forme della zona [001^131] sono, in generale, piccole.

Questi cristalli di zolfo di Selva sono quasi sempre conformati molto irregolarmente; in modo da avere in generale un aspetto spiccatamente asimmetrico.

(1) G. De Angelis d'Ossat, *Appunti sopra alcuni minerali di Casal di Pari*. Rend. Acc. Lincei XI (1902), I, 551.

Parecchie forme presentano in essi una parte soltanto delle loro faccie. La fig. 1 rappresenta uno di tali cristalli ridotto a modello:

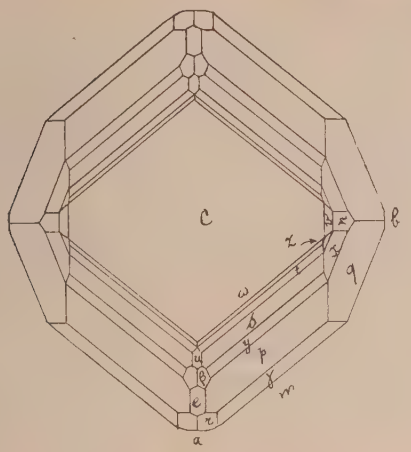


Fig. 1.

Esso presenta la combinazione delle seguenti forme: *a*, *b*, *c*, *m*, *ω*, *t*, *s*, *y*, *p*, *γ*, *β*, *r*, *q*, *x*, *z*, *n*, *v*, *e*, *u*.

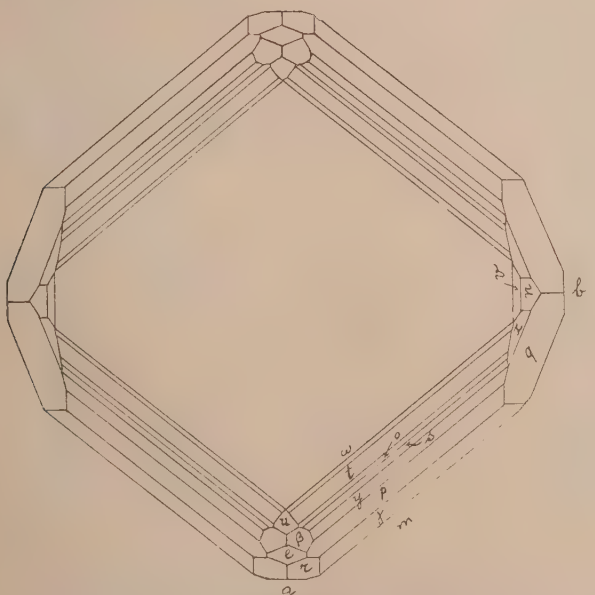


Fig. 2.

Nella fig. 2 è effigiato analogamente un cristallo di *habitus* diverso e che presenta la combinazione di tutte forme rinvenute per questa località:

Nella seguente tabella I sono raccolti gli angoli misurati, in confronto a quelli calcolati in base alle costanti di Kokscharow; l'accordo, come si vede, è assai soddisfacente.

Tabella I.

Angoli	Numero delle misure	Limiti osservati	Medie	Valori calcolati colle cost. di Kokscharow	Differenze
(001) : (119)?	1	—	20° circa	18°32′	
(001) : (117)	1	—	28°20′	23 19	1′
(001) : (115)	8	30°55′-31°16′	31 4	31 6 1/2	2 1/2
(001) : (114)	7	36 55 -37 17	37 7	37 7	5
(001) : (113)	5	45 5 -45 17	45 11	45 10	1
(001) : (112)	8	56 21 -56 32	56 25 1/2	56 27 1/2	2
(001) : (111)	8	71 36 -71 43	71 39 3/4	71 40	0 1/4
(001) : (331)	7	83 36 -83 45	83 41	83 42	1
(001) : (110)	4	89 57 -90 1	89 59	90 0	1
(111) : (11$\bar{1}$)	3	36 40 -36 42	36 41	36 40	1
(111) : (331)	3	12 2 -12 5	12 3	12 2	1
(001) : (315)	4	55 23 -55 39	55 30 1/2	55 30	0 1/2
(001) : (311)	5	82 1 -82 9	82 4 1/2	82 10	5 1/2
(315) : (311)	1	—	26 40	26 40	0
(001) : (101)	7	66 42 -66 56	66 51	66 52	1
(001) : (103)	2	38 7 -37 49	37 58	37 58	0
(101) : (10$\bar{1}$)	2	46 16 -46 19	46 17 1/2	46 16	1 1/2
(001) : (100)	1	—	90 0 1/2	90 0	0 1/2
(001) : (131)	12	80 40 -80 55	80 47 1/2	80 47 3/4	0 1/4
(131) : (13$\bar{1}$)	4	18 22 -18 32	18 23	18 25	2
(001) : (133)	4	64 1 -64 6	64 4	64 4 1/2	0 1/2
(001) : (135)	2	51 2 -51 4	51 3	50 59	5
(001) : (011)	3	62 17 -62 26	62 21	62 17	4
(001) : (013)	2	32 28 -32 33	32 30 1/2	32 23 1/2	7
(011) : (01$\bar{1}$)	1	—	55 23 1/2	55 26	2 1/2
(011) : (013)	1	—	29 53	29 53 1/2	0 1/2

Come si vede, lo zolfo che accompagna l'antimonite di Selva assomiglia molto, per la ricchezza di forme, oltre a quelli ricordati della galena di Malfidano e dell'antimonite di Cetine, ad altri cristalli provenienti pure dall'alterazione di solfuri metallici, come ad esempio a quelli che si rin-

vengono nelle cavità della galena di Bassick (Stati Uniti), nei quali il Busz (1) rinvenne le forme *a b c n v e u m γ δ p f y g s t ψ r q x z*.

Notevole è il fatto che lo zolfo proveniente dalla scomposizione di detti solfuri fu, in generale, poco studiato, nonostante che abbia dato alle volte buoni risultati col rinvenimento di forme nuove per la specie, come le φ {305}, λ {155}, μ {319} e la χ {122}.

Cristalli formatisi dall'antimonite alterata furono descritti — oltre che dal Pelloux, per quanto riguarda il giacimento di Cetine — dal Foullon (2), provenienti da Allchar presso Rozdan (Macedonia), e da Pelikan (3), provenienti da località non ben precisata della stessa Macedonia, ma che con tutta probabilità è la stessa dei cristalli di Foullon; poi da Eakle (4) per un campione del Museo di Monaco di cui non potè conoscere la provenienza; ed ultimamente da Šimek (5), per la località di Kostajnik in Serbia.

Non credo privo d'interesse il riportare nella seguente tabella II il riassunto delle forme trovate finore in cristalli di tale origine, allo scopo di metterne senz'altro in evidenza le analogie:

(1) K. Busz, *Schwefel von Bassick*. Zeitschr. f. Kryst *17* (1890), 549.

(2) Foullon, Verh. geol. Reichsanst *40* (1890), 318; *42* (1892), 175: in C Hintze, *Handbuch d. Mineralchemie* I (1898), 85.

(3) Pelikan, *Schwefel von Allchar in Macedonien*. Tschermak Mitt. *N F* XII (1891), 344.

(4) A. S. Eakle, *Sekundäre Mineralbildungen auf Antimonit*. Zeitschr. f. Krist. *24* (1895), 586.

(5) A. Šimek, *Ueber den Schwefel von Kostajnik in Serbien*. Rozpravy böm. Akad. Prag (1908), Ref. Zeitschr. f. Kryst. *50* (1912) 639.

TABELLA II.

Forme dello zolfo proveniente da antimonite alterata.

SERBIA	MACEDONIA		?	ITALIA	
KOSTAJNIK (Šimek)	ALLCHAR (Foullon)	ALLCHAR ? (Pelikan)	(Eakle)	CETINE (Pelloux)	SELVA (Quercigh)
a {100}	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*
b {010}	*b*	*b*	*b*	*b*	*b*
c {001}	*c*	*c*	*c*	*c*	*c*
m {110}	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
n {011}	*n*	*n*	*n*	*n*	*n*
v {013}	*v*	*v*	*v*	*v*	*v*
e {101}	*e*	*e*	*e*	*e*	*e*
u {103}	*u*	*u*	*u*	*u*	*u*
ψ {119}	ψ	ψ	—	ψ	ψ ?
ω {117}	—	ω	—	—	ω
τ {116}	—	—	—	—	—
t {115}	*t*	*t*	*t*	*t*	*t*
o {114}	—	—	*o*	*o*	*o*
s {113}	*s*	*s*	*s*	*s*	*s*
y {112}	*y*	*y*	*y*	*y*	*y*
p {111}	*p*	*p*	*p*	*p*	*p*
f {335}	—	—	—	—	—
δ {221}	—	δ	—	—	—
γ {331}	γ	γ	γ	γ	γ
ε {551}	—	—	—	—	—
r {321}	—	*r*	—	—	*r*
α {313}	—	α	—	—	—
β {315}	—	—	—	—	β
q {131}	*q*	*q*	*q*	*q*	*q*
x {133}	*x*	*x*	*x*	*x*	*x*
z {135}	*z*	*z*	*z*	*z*	*z*
χ {122}	—	χ	—	—	—
TOTALE . . . 27	17	22	16	18	21

Noterò che tali cristalli sono in generale piccoli (1-3 mm.); hanno *habitus* molto vario, presentandosi essi, talvolta anche nel medesimo giacimento, con aspetto globulare o cilindrico in alcuni individui, bisfenoidico. piramidale oppure tabulare in altri; per conseguenza varia in essi, entro certi

limiti, l'enstensione relativa delle diverse forme, che sono però sempre numerose in ogni cristallo.

In quanto allo sviluppo delle varie forme, va notato che in generale predomina, come in quelli di Selva, la zona delle bipiramidi $\{h\,h\,l\}$, tra le quali $p\,\{111\}$ possiede la maggiore estensione; seguono poi $s\,\{113\}$ e $\gamma\,\{331\}$. Pure in generale, abbastanza estesa è $q\,\{131\}$, che compare in tutti i giacimenti insieme con $x\,\{133\}$ e $z\,\{135\}$ le quali sono in generale più piccole, tranne che a Kostajnik, ove Šimek riscontrò un discreto equilibrio fra queste tre forme.

Si riscontrò costantemente la presenza dei tre pinacoidi $a\,,b\,,c$; fra i prismi $\{h\,k\,o\}$ compare sempre soltanto $m\,\{110\}$.

Come forme rare per lo zolfo proveniente dall'alterazione dell'antimonite si possono considerare le $\tau\,\{116\}$ ed $\varepsilon\,\{551\}$, rinvenute solo nei cristalli di Kostajnik, che sono i più ricchi di facce.

Rara invece per lo zolfo, in generale, è la $\chi\,\{122\}$, trovata per la prima volta da Pelikan nei cristalli della Macedonia e confermata in seguito da Šimek su quelli di Kostajnik.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente dà il triste annuncio della morte del Corrispondente prof. Adolfo Venturi, mancato ai vivi il 28 dicembre 1914; apparteneva il defunto all'Accademia per la *Meccanica*, sino dal 13 luglio 1902.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

L'Accademico Segretario Millosevich presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle del Socio Taramelli; dei Corrispondenti Di Stefano, Pascal e Silvestri; del Socio straniero Goebel, e dei signori De Angelis d'Ossat e Villani.

Il Corrisp. Reina fa omaggio, a nome della Società italiana pel progresso delle scienze, del primo fascicolo del *Bollettino* del Comitato glaciologico italiano, che si pubblica sotto gli auspicî della Società predetta e del Club alpino italiano; e dà notizia degli scopi che il Comitato si propone, e dei lavori che nel fascicolo testè apparso sono contenuti.

Il Presidente Blaserna presenta l'*Annuario* accademico pel 1915.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Millosevich comunica il seguente:

Elenco dei concorrenti al premio Reale per l'*Astronomia*.
(Scadenza 31 dicembre 1914. — Premio L. 10.000).

1. Armellini Luigi « Le Comete-Larva » (st.). — 2. Porcari Gabriele « Genesi, natura, previsione e cronologia dei terremoti ecc. » (ms.). 3. Viaro Bortolo « Posizioni medie per il 1900.0 di 1645 stelle ecc. » (st.).

Lo stesso Segretario annuncia che al premio *Carpi* scaduto col 31 dicembre 1914, si è presentato il dottor:

Zappa Giovanni « Studio di un nuovo metodo per la determinazione della latitudine » (ms.).

E. M.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL' ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 gennaio 1915.

Bottino-Barzizza G. — Sui limiti nord e sud di una eclisse di sole. (Estr. dai « Rendic. del R. Istituto lombardo di scienze e lettere ». vol. XLVII). Pavia, 1914. 8°.

De Angelis d'Ossat G. — Applicazioni della geologia XIII-XVIII. (Estr. dalla « Rivista di ingegneria sanitaria »; vol. X). Torino, 1914. 4°.

Ivaldi G. — Le leggi della natura. Parte I-VIII. Sampierdarena, 1914. 8°.

Lebon E. — Théorie des nombres. Sur une nouvelle table de diviseurs des nombres. (Extr. d. « Comptes rendus de l'Acad. des sciences »; t. 159). Paris, 1914. 8°.

Longo B. — Delectus sporarum-seminumfructuum anno MCMXIV collectorum quae Hortus botanicus senensis pro mutua commutatione offert. Semy, 1914, 8°.

Longo B. — Note di morfologia floreale (tav. VI). (Estr. dagli « Annali di botanica », vol. XIII). Roma, 1914. 8°.

Longo B. — Variazione di gemma in una Quercia (tav. V). (Estr. dagli « Annali di botanica », vol. XIII). Roma, 1914. 8°.

Pascal E. — Determinanti a scala. (Estr. dal « Rendic. della R. Accad. delle scienze fis. e mat. di Napoli », vol. XX). Napoli, 1914. 8°.

Pascal N. — Su di una classe di determinanti. (Estr. dal « Rendic. della R. Accad. delle scienze fis. e mat. di Napoli », vol. XX). Napoli, 1914. 8°.

Silvestri F. — Viaggio in Eritrea per cercare parassiti della mosca delle olive. (Estr. dal « Bollettino del laboratorio di Zoologia gener. e agraria di Portici », vol. IX). Portici, 1914, 8°.

Spegazzini C. — Primo contributo alla conoscenza delle Laboulbeniali italiane. (Estr. dal « Redia », vol. X). Firenze, 1914, 8°.

Sterilizzazione (la) con l'Ozono delle acque del R. Arsenale militare marittimo di Spezia (Ministero della Marina). Roma, 1914. 8°

Taramelli T. — Appunti per la storia geologica del Lago di Varese. (Estr. dai « Rendic. del R. Istituto lomb. di scienze e lett. », vol. XLVII). Pavia, 1914. 8°.

Villani N. — L'equazione di Fermat $X^n + Y^n = Z^n$ con dimostrazione generale. Lanciano, 1914, 8°.